



Биоразнообразие



Некоторые теоретические модели распределения видового обилия

На основе рангового распределения кривой важности видов Whittaker'а основаны:

- 1) модель геометрических рядов, или экспоненциальная модель; авторы Motomura и May;
- 2) гиперболическая модель и дзета-модель; автор Левич;
- 3) модель «разломанного стержня»; автор MacArthur;
- 4) модель экспоненциально разломанного стержня; автор Фёдоров.

Модель геометрических рядов Motomura – May

Модель изначально предложена I. Motomura (1932) и математически обоснована R. M. May (1975):

вид-доминант захватывает k некоего гипотетического обобщённого ограниченного ресурса,
содоминант – k оставшейся части,
третий по обилию – снова k оставшегося и т.д.,
пока ресурс не будет распределён полностью между S видами.

Motomura I. (1932). A statistical treatment of associations [in Japanese].
Japan J. Zool, 44, pp. 379–383.

May R.M. (1975). Patterns of species abundance and diversity.
In: Ecology and Evolution of Communities (eds. M.L. Cody and J.M. Diamond),
Harvard University Press, Cambridge, Mass., pp. 81–120.

Модель геометрических рядов Motomura – May

Если условие выполнено, а обилие вида пропорционально используемой доли ресурса, то распределение описывается геометрическим рядом (реализована гипотеза «преимущественного захвата экологической ниши»).

Распределение по такой модели в координатах ранг / логарифм обилия представлено прямой, угол падения которой зависит от величины k .

Модель геометрических рядов Motomura – May

Считается, что такое распределение характерно для:

- 1) сообществ на ранних стадиях сукцессий,
- 2) сообществ в суровых условиях окружающей среды
- 3) или отдельных участков больших сообществ (например, для видов одного яруса фитоценоза, одной трофической группы биоценоза и т. д.).

Модель геометрических рядов Motomura – May

Критика модели (по: Шитиков и Розенберг, 2005):

- 1) не обосновано понятие «распределяемого ресурса»; при этом в любом сообществе для разных организмов существуют различные лимитирующие факторы, влияющие на распределение;
- 2) интенсивность захвата ресурса часто зависит не от численности вида, а от особенностей его биологии.

Модель геометрических рядов Motomura – May

$$N_i = \frac{N \times k \times (1 - k)^{i-1}}{1 - (1 - k)^S} [1],$$

где:

N – общее число особей;

k – принятый коэффициент;

S – общее число видов;

i – порядковый номер вида (1, 2, ..., S);

N_i – число особей i -того вида

Модель геометрических рядов Motomura – May

$$N_i = N \times C_k \times k \times (1 - k)^{i-1} [2],$$

где:

N – общее число особей;

k – принятый коэффициент;

C_k – константа для конкретного случая, рассчитываемая как $[1 - (1 - k)^S]^{-1}$;

S – общее число видов;

i – порядковый номер вида (1, 2, ..., S);

N_i – число особей i -того вида

$$N_i = N_1 \times z^{i-1} [3],$$

где:

z – принятый коэффициент, или параметр модели;

i – порядковый номер вида (1, 2, ..., S);

S – общее число видов;

N_i – число особей i -того вида;

N_1 – число особей первого (самого обильного) вида

Alopecurus aequalis	0,7
Alopecurus pratensis	3,7
Agrostis gigantea	0,7
Aulacomnium palustre	3,7
Avenella flexuosa	2,2
Betula nana	6,7
Betula pubescens	11,1
Calamagrostis epigeios	7,4
Calamagrostis neglecta	4,4
Carex cinerea	4,4
Carex globularis	3
Ceratodon purpureus	2,2
Chamaenerion angustifolium	29,6
Crepis tectorum	1,5
Epilobium palustre	0,7
Equisetum arvense	24,4
Equisetum sylvaticum	5,9
Festuca ovina	5,2
Gnaphalium norvegicum	1,5
Hieracium laevigatum	5,2
Juncus nodulosum	0,7
Juniperus sibiricum	15
Luzula pilosa	0,7
Picea obovata	2,2
Poa annua	2,2
Poa pratensis	14,1
Polytrichum commune	6,7
Polytrichum piliferum	0,7
Populus tremula	2,2
Rosa acicularis	1,5
Salix caprea	2,2
Salix dasyclados	8,2
Salix phylicifolia	3,7
Tanacetum vulgare	0,7
Tripleurospermum inodorum	16,3
Tussilago farfara	7,4
Vaccinium myrtillus	2,2
Vaccinium uliginosum	4,4
Vaccinium vitis-idaea	1,5

$S=39$ $N=216,8$ $k=0,5$

$$N_1 = \frac{216,8 \times 0,5 \times (1-0,5)^{1-1}}{1-(1-0,5)^{39}} = \frac{216,8 \times 0,5 \times (0,5)^0}{1-(0,5)^{39}} =$$

$$= \frac{216,8 \times 0,5 \times 1}{1-0,000000000002} = \frac{108,4}{0,999999999998} \approx 108,4$$

$$N_2 = \frac{216,8 \times 0,5 \times (1-0,5)^{2-1}}{1-(1-0,5)^{39}} = \frac{216,8 \times 0,5 \times (0,5)^1}{0,999999999998} =$$

$$= \frac{216,8 \times 0,5 \times 0,5}{0,999999999998} = \frac{54,2}{0,999999999998} \approx 54,2$$

$$N_3 = \frac{216,8 \times 0,5 \times (1-0,5)^{3-1}}{1-(1-0,5)^{39}} = \frac{216,8 \times 0,5 \times (0,5)^2}{0,999999999998} =$$

$$= \frac{216,8 \times 0,5 \times 0,25}{0,999999999998} = \frac{27,1}{0,999999999998} \approx 27,1$$

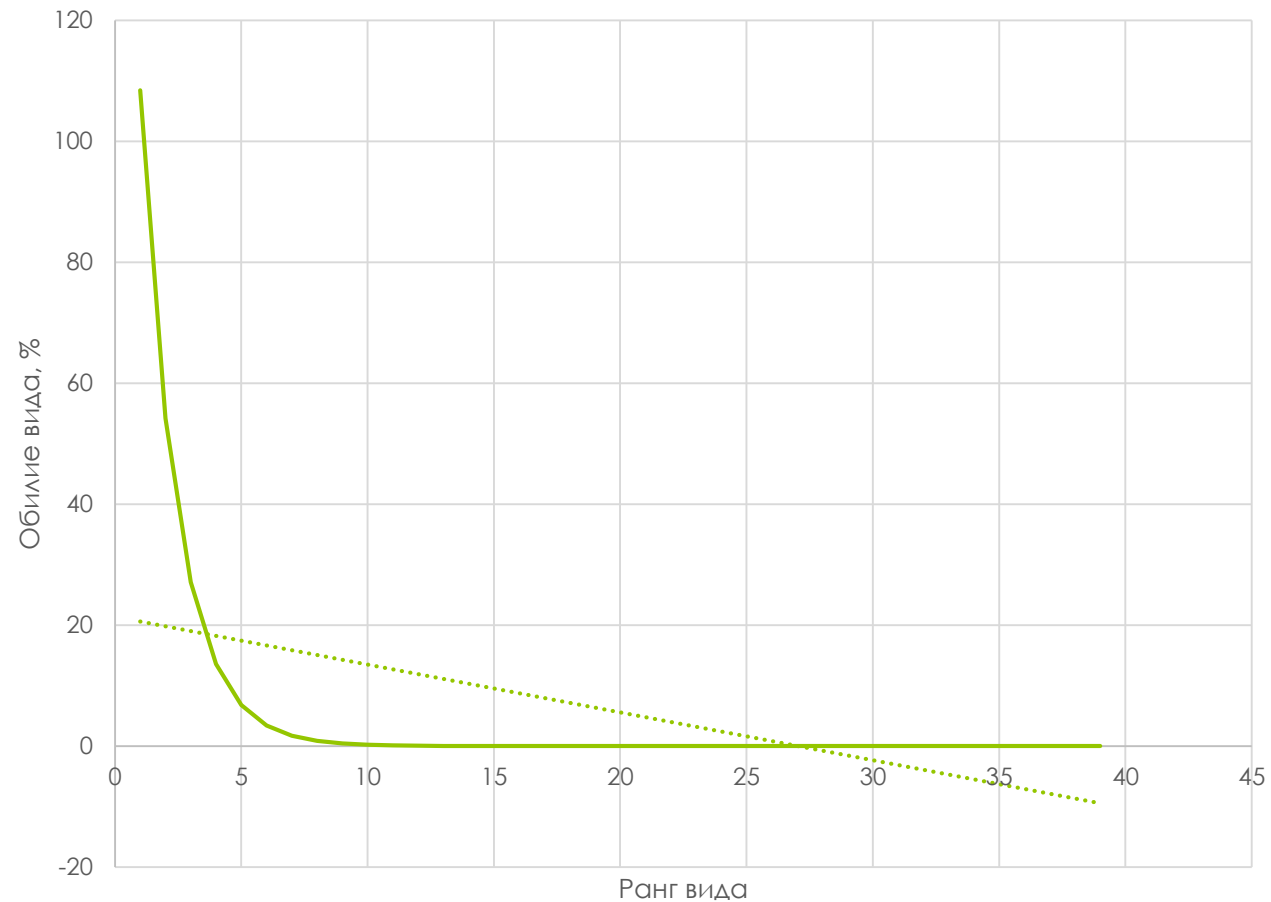
...

$$N_{39} = \frac{216,8 \times 0,5 \times (1-0,5)^{39-1}}{1-(1-0,5)^{39}} = \frac{216,8 \times 0,5 \times (0,5)^{38}}{0,999999999998} =$$

$$= \frac{216,8 \times 0,5 \times 0,5}{0,999999999998} = \frac{0,000000000004}{0,999999999998} \approx 0,000000000004$$

Модель (геометрические ряды, $k=0,5$)
 распределения видов
 на техногенной площадке
 Усинского месторождения нефти
 (данные из: Железнова с соавт., 1996)

1	108,4
2	54,2
3	27,1
4	13,55
5	6,775
6	3,3875
7	1,69375
8	0,846875
9	0,4234375
10	0,21171875
11	0,105859375
12	0,052929688
13	0,026464844
14	0,013232422
15	0,006616211
16	0,003308105
17	0,001654053
18	0,000827026
19	0,000413513
20	0,000206757
21	0,000103378
22	5,16891E-05
23	2,58446E-05
24	1,29223E-05
25	6,46114E-06
26	3,23057E-06
27	1,61529E-06
28	8,07643E-07
29	4,03821E-07
30	2,01911E-07
31	1,00955E-07
32	5,04777E-08
33	2,52388E-08
34	1,26194E-08
35	6,30971E-09
36	3,15486E-09
37	1,57743E-09
38	7,88714E-10
39	3,94357E-10



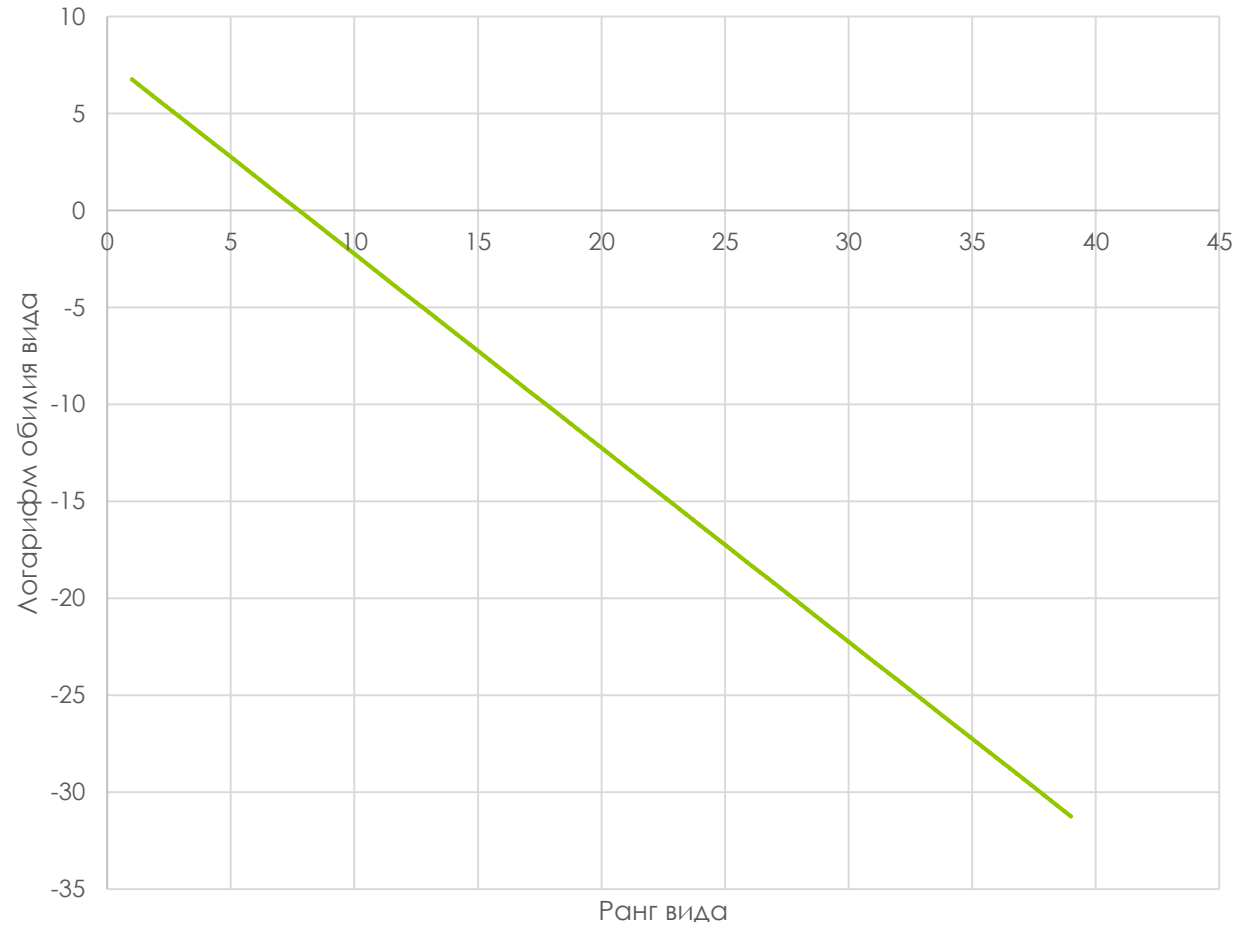
Задание 8

Взяв исходные данные Ваших сообществ, постройте теоретические модели Motomura – May (величину k примите равной 0,25, 0,5 и 0,75), используя формулы 1 или 2, для каждого из них.

Укажите, чем отличаются графики с разными величинами k .

Модель (геометрические ряды, $k=0,5$)
 распределения видов
 на техногенной площадке
 Усинского месторождения нефти
 (данные из: Железнова с соавт., 1996)

1	108,4	6,760221
2	54,2	5,760221
3	27,1	4,760221
4	13,55	3,760221
5	6,775	2,760221
6	3,3875	1,760221
7	1,69375	0,760221
8	0,846875	-0,23978
9	0,4234375	-1,23978
10	0,21171875	-2,23978
11	0,105859375	-3,23978
12	0,052929688	-4,23978
13	0,026464844	-5,23978
14	0,013232422	-6,23978
15	0,006616211	-7,23978
16	0,003308105	-8,23978
17	0,001654053	-9,23978
18	0,000827026	-10,2398
19	0,000413513	-11,2398
20	0,000206757	-12,2398
21	0,000103378	-13,2398
22	5,16891E-05	-14,2398
23	2,58446E-05	-15,2398
24	1,29223E-05	-16,2398
25	6,46114E-06	-17,2398
26	3,23057E-06	-18,2398
27	1,61529E-06	-19,2398
28	8,07643E-07	-20,2398
29	4,03821E-07	-21,2398
30	2,01911E-07	-22,2398
31	1,00955E-07	-23,2398
32	5,04777E-08	-24,2398
33	2,52388E-08	-25,2398
34	1,26194E-08	-26,2398
35	6,30971E-09	-27,2398
36	3,15486E-09	-28,2398
37	1,57743E-09	-29,2398
38	7,88714E-10	-30,2398
39	3,94357E-10	-31,2398



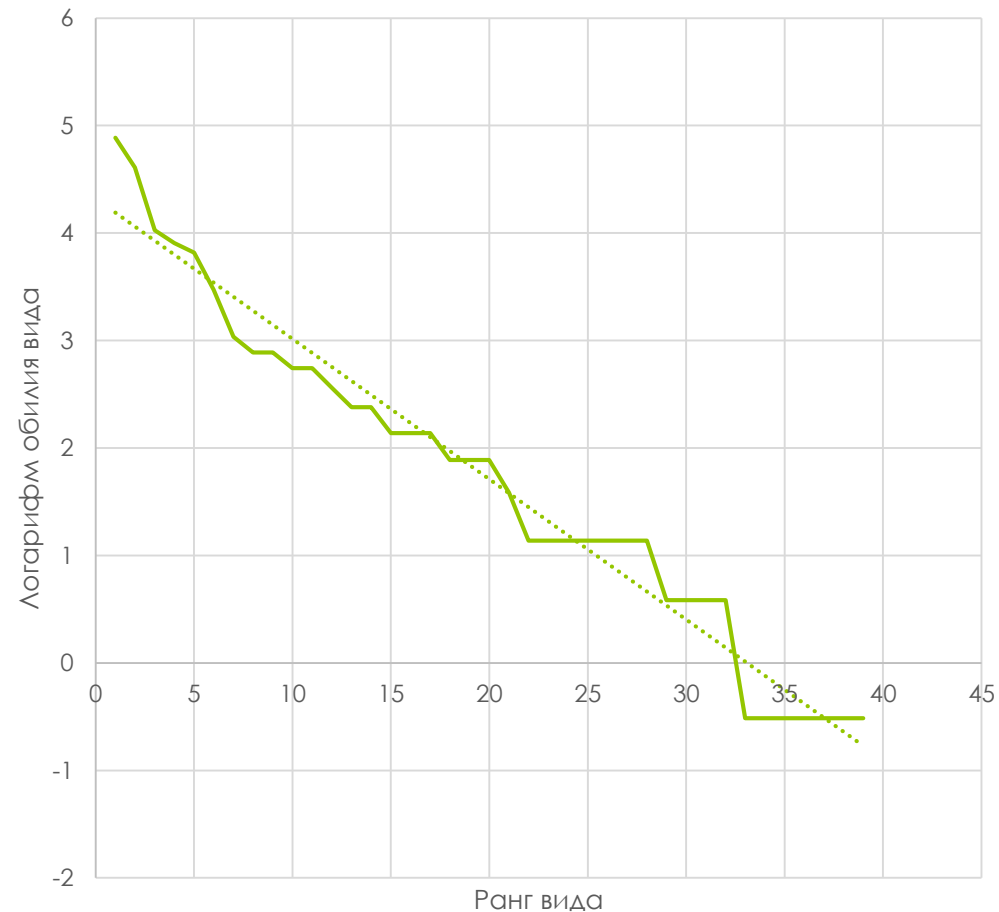
Задание 9

Прологарифмируйте полученные обилия и постройте графики типа «ранг вида / логарифм обилия вида».

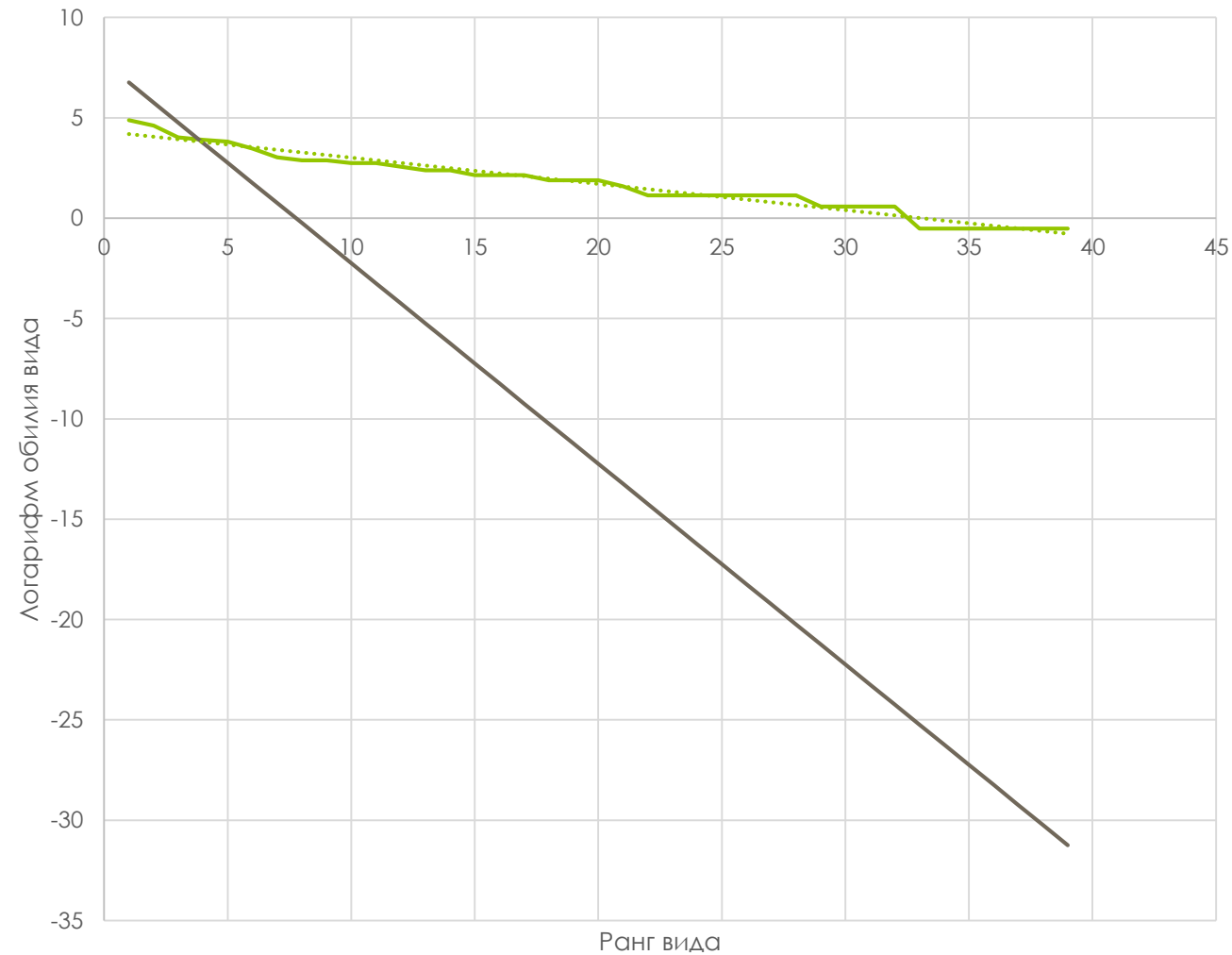
Определите, есть ли взаимосвязь между углом падения графика на ось абсцисс и величиной k конкретного графика.

1	29,6	1	29,6	4,887525	1	4,887525
2	24,4	2	24,4	4,608809	2	4,608809
3	16,3	3	16,3	4,0268	3	4,0268
4	15	4	15	3,906891	4	3,906891
5	14,1	5	14,1	3,817623	5	3,817623
6	11,1	6	11,1	3,472488	6	3,472488
7	8,2	7	8,2	3,035624	7	3,035624
8	7,4	8	7,4	2,887525	8	2,887525
9	7,4	9	7,4	2,887525	9	2,887525
10	6,7	10	6,7	2,744161	10	2,744161
11	6,7	11	6,7	2,744161	11	2,744161
12	5,9	12	5,9	2,560715	12	2,560715
13	5,2	13	5,2	2,378512	13	2,378512
14	5,2	14	5,2	2,378512	14	2,378512
15	4,4	15	4,4	2,137504	15	2,137504
16	4,4	16	4,4	2,137504	16	2,137504
17	4,4	17	4,4	2,137504	17	2,137504
18	3,7	18	3,7	1,887525	18	1,887525
19	3,7	19	3,7	1,887525	19	1,887525
20	3,7	20	3,7	1,887525	20	1,887525
21	3	21	3	1,584963	21	1,584963
22	2,2	22	2,2	1,137504	22	1,137504
23	2,2	23	2,2	1,137504	23	1,137504
24	2,2	24	2,2	1,137504	24	1,137504
25	2,2	25	2,2	1,137504	25	1,137504
26	2,2	26	2,2	1,137504	26	1,137504
27	2,2	27	2,2	1,137504	27	1,137504
28	2,2	28	2,2	1,137504	28	1,137504
29	1,5	29	1,5	0,584963	29	0,584963
30	1,5	30	1,5	0,584963	30	0,584963
31	1,5	31	1,5	0,584963	31	0,584963
32	1,5	32	1,5	0,584963	32	0,584963
33	0,7	33	0,7	-0,51457	33	-0,51457
34	0,7	34	0,7	-0,51457	34	-0,51457
35	0,7	35	0,7	-0,51457	35	-0,51457
36	0,7	36	0,7	-0,51457	36	-0,51457
37	0,7	37	0,7	-0,51457	37	-0,51457
38	0,7	38	0,7	-0,51457	38	-0,51457
39	0,7	39	0,7	-0,51457	39	-0,51457

Распределение видов на техногенной площадке Усинского месторождения нефти (данные из: Железнова с соавт., 1996)



Соотношение распределения видов на
анализируемой площадке и модели геометрических
рядов (при $k=0,5$)


 $r=0,9829$

1	4,887525	6,760221
2	4,608809	5,760221
3	4,0268	4,760221
4	3,906891	3,760221
5	3,817623	2,760221
6	3,472488	1,760221
7	3,035624	0,760221
8	2,887525	-0,23978
9	2,887525	-1,23978
10	2,744161	-2,23978
11	2,744161	-3,23978
12	2,560715	-4,23978
13	2,378512	-5,23978
14	2,378512	-6,23978
15	2,137504	-7,23978
16	2,137504	-8,23978
17	2,137504	-9,23978
18	1,887525	-10,2398
19	1,887525	-11,2398
20	1,887525	-12,2398
21	1,584963	-13,2398
22	1,137504	-14,2398
23	1,137504	-15,2398
24	1,137504	-16,2398
25	1,137504	-17,2398
26	1,137504	-18,2398
27	1,137504	-19,2398
28	1,137504	-20,2398
29	0,584963	-21,2398
30	0,584963	-22,2398
31	0,584963	-23,2398
32	0,584963	-24,2398
33	-0,51457	-25,2398
34	-0,51457	-26,2398
35	-0,51457	-27,2398
36	-0,51457	-28,2398
37	-0,51457	-29,2398
38	-0,51457	-30,2398
39	-0,51457	-31,2398

Задание 10

Используя построенные для своих площадок графики «ранг вида / логарифм обилия вида», нанесите его на те же координатные оси, где Вы строили соответствующие графики трёх моделей.

Определите оптимальную величину k для модели, постройте такой график и рассчитайте корреляцию между моделью и эмпирическим графиком.

Сделайте вывод по получившимся величинам корреляции.

$$r = \frac{\sum_{i=1}^S (x_i - \bar{x}) \times (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^S (x_i - \bar{x})^2 \times \sum_{i=1}^S (y_i - \bar{y})^2}} \quad [4],$$

где:

x_i – значение i -того члена первого массива данных;

\bar{x} – среднее значение в первом массиве данных;

y_i – значение i -того члена второго массива данных;

\bar{y} – среднее значение во втором массиве данных;

S – максимальное число членов массива.

$$r = \frac{n \times \sum_{i=1}^S (x_i - y_i) - (\sum_{i=1}^S x_i - \sum_{i=1}^S y_i)}{\sqrt{(n \times \sum_{i=1}^S x_i^2 - (\sum_{i=1}^S x_i)^2) \times (n \times \sum_{i=1}^S y_i^2 - (\sum_{i=1}^S y_i)^2)}} \quad [5],$$

где:

x_i – значение i -того члена первого массива данных;

y_i – значение i -того члена второго массива данных;

S – максимальное число членов массива.

$$N_1=29,6 \quad z=0,5$$

$$N_2 = 29,6 \times 0,5^{2-1} = \\ = 29,6 \times 0,5^1 = 14,8$$

$$N_3 = 29,6 \times 0,5^{3-1} = \\ = 29,6 \times 0,5^2 = 7,4$$

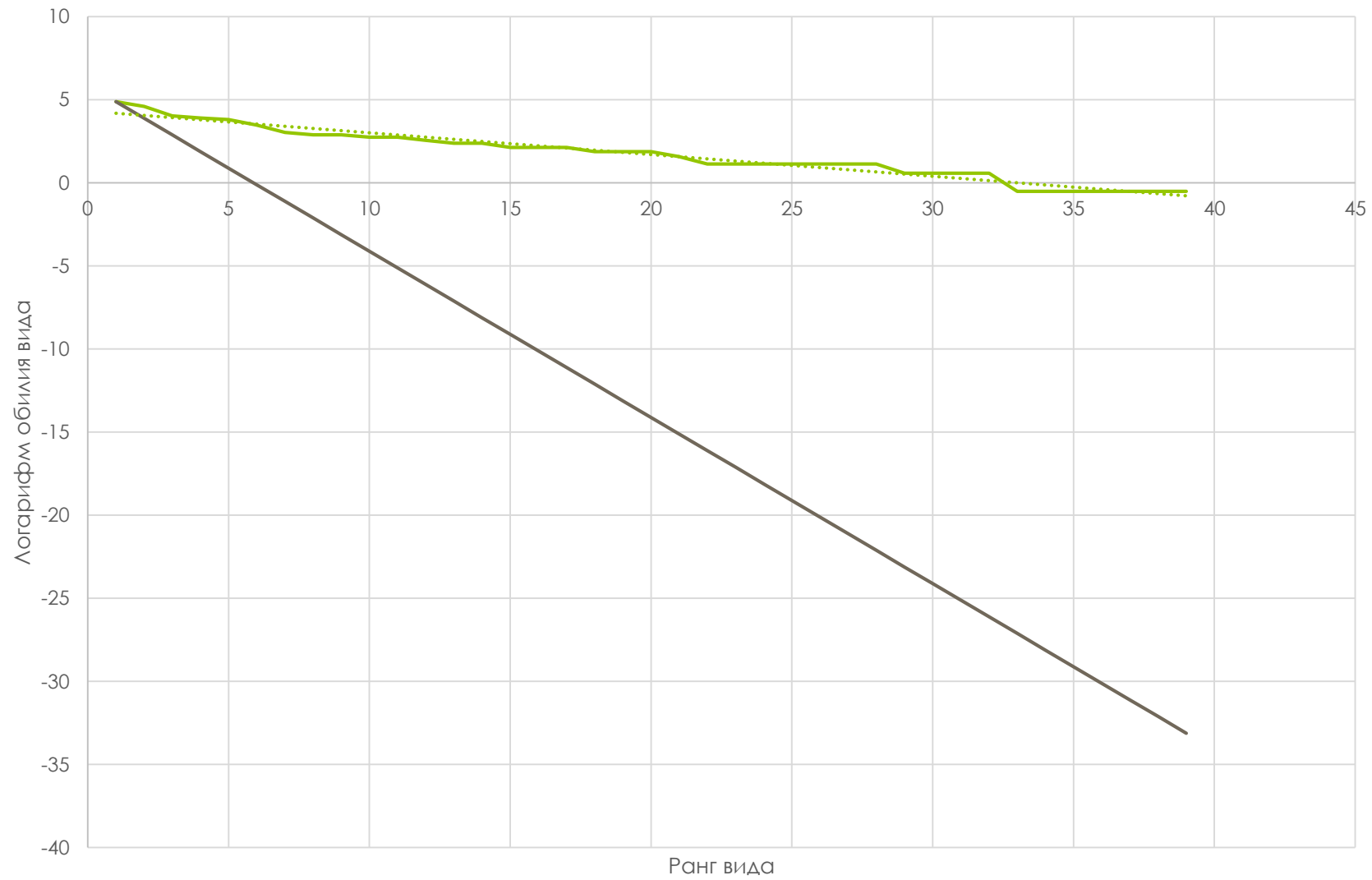
$$N_4 = 29,6 \times 0,5^{4-1} = \\ = 29,6 \times 0,5^3 = 3,7$$

...

$$N_{39} = 29,6 \times 0,5^{39-1} = \\ = 29,6 \times 0,5^{38} = 1,07684\text{E-}10$$

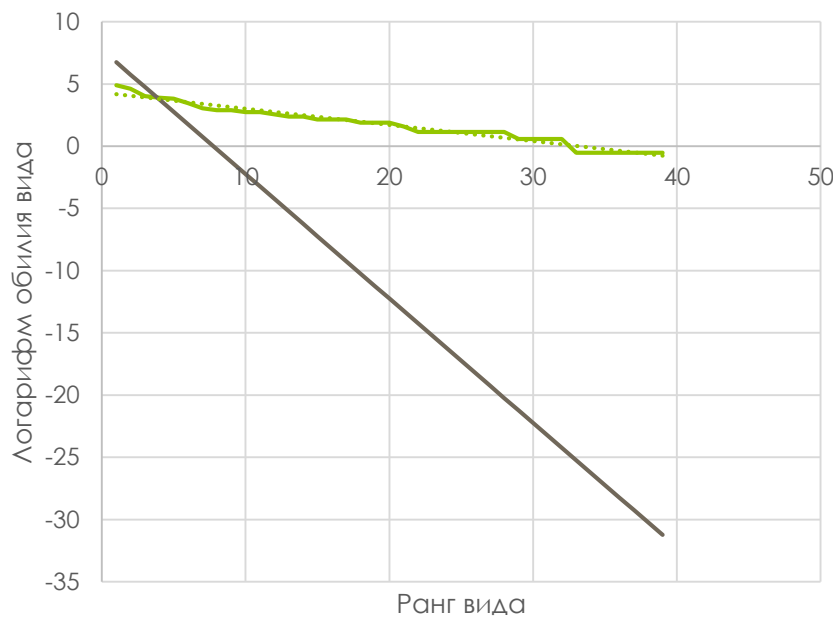
1	29,6	4,887525271	1	29,6	4,887525	1	4,887525271	4,887525
2	14,8	3,887525271	2	24,4	4,608809	2	3,887525271	4,608809
3	7,4	2,887525271	3	16,3	4,0268	3	2,887525271	4,0268
4	3,7	1,887525271	4	15	3,906891	4	1,887525271	3,906891
5	1,85	0,887525271	5	14,1	3,817623	5	0,887525271	3,817623
6	0,925	-0,112474729	6	11,1	3,472488	6	-0,112474729	3,472488
7	0,4625	-1,112474729	7	8,2	3,035624	7	-1,112474729	3,035624
8	0,23125	-2,112474729	8	7,4	2,887525	8	-2,112474729	2,887525
9	0,115625	-3,112474729	9	7,4	2,887525	9	-3,112474729	2,887525
10	0,0578125	-4,112474729	10	6,7	2,744161	10	-4,112474729	2,744161
11	0,02890625	-5,112474729	11	6,7	2,744161	11	-5,112474729	2,744161
12	0,014453125	-6,112474729	12	5,9	2,560715	12	-6,112474729	2,560715
13	0,007226563	-7,112474729	13	5,2	2,378512	13	-7,112474729	2,378512
14	0,003613281	-8,112474729	14	5,2	2,378512	14	-8,112474729	2,378512
15	0,001806641	-9,112474729	15	4,4	2,137504	15	-9,112474729	2,137504
16	0,00090332	-10,11247473	16	4,4	2,137504	16	-10,11247473	2,137504
17	0,00045166	-11,11247473	17	4,4	2,137504	17	-11,11247473	2,137504
18	0,00022583	-12,11247473	18	3,7	1,887525	18	-12,11247473	1,887525
19	0,000112915	-13,11247473	19	3,7	1,887525	19	-13,11247473	1,887525
20	5,64575E-05	-14,11247473	20	3,7	1,887525	20	-14,11247473	1,887525
21	2,82288E-05	-15,11247473	21	3	1,584963	21	-15,11247473	1,584963
22	1,41144E-05	-16,11247473	22	2,2	1,137504	22	-16,11247473	1,137504
23	7,05719E-06	-17,11247473	23	2,2	1,137504	23	-17,11247473	1,137504
24	3,52859E-06	-18,11247473	24	2,2	1,137504	24	-18,11247473	1,137504
25	1,7643E-06	-19,11247473	25	2,2	1,137504	25	-19,11247473	1,137504
26	8,82149E-07	-20,11247473	26	2,2	1,137504	26	-20,11247473	1,137504
27	4,41074E-07	-21,11247473	27	2,2	1,137504	27	-21,11247473	1,137504
28	2,20537E-07	-22,11247473	28	2,2	1,137504	28	-22,11247473	1,137504
29	1,10269E-07	-23,11247473	29	1,5	0,584963	29	-23,11247473	0,584963
30	5,51343E-08	-24,11247473	30	1,5	0,584963	30	-24,11247473	0,584963
31	2,75671E-08	-25,11247473	31	1,5	0,584963	31	-25,11247473	0,584963
32	1,37836E-08	-26,11247473	32	1,5	0,584963	32	-26,11247473	0,584963
33	6,89179E-09	-27,11247473	33	0,7	-0,51457	33	-27,11247473	-0,51457
34	3,44589E-09	-28,11247473	34	0,7	-0,51457	34	-28,11247473	-0,51457
35	1,72295E-09	-29,11247473	35	0,7	-0,51457	35	-29,11247473	-0,51457
36	8,61473E-10	-30,11247473	36	0,7	-0,51457	36	-30,11247473	-0,51457
37	4,30737E-10	-31,11247473	37	0,7	-0,51457	37	-31,11247473	-0,51457
38	2,15368E-10	-32,11247473	38	0,7	-0,51457	38	-32,11247473	-0,51457
39	1,07684E-10	-33,11247473	39	0,7	-0,51457	39	-33,11247473	-0,51457

Соотношение распределения видов на анализируемой площадке и
по модели геометрических рядов (при $z=0,5$)

 $r=0.9829$

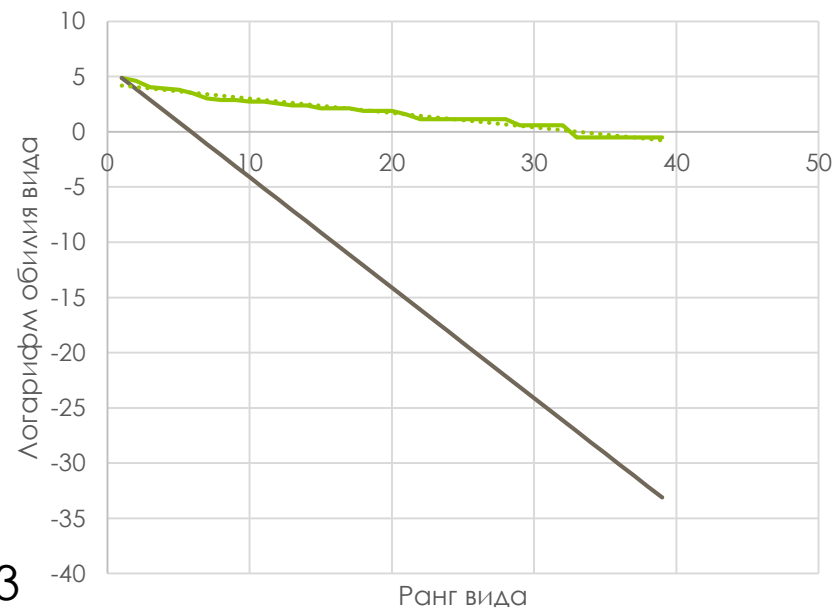
Задание 11

Сделайте ещё один цикл расчётов (модели при $k=0,5$, логарифмы обилия этих моделей, графики распределения «ранг вида / логарифм обилия вида» площадок, коэффициенты корреляции модели и её эмпирического графика), используя на этот раз формулу 3.



Формула 1

Соотношение
графиков модели
геометрических
рядов,
рассчитанных по
формулам 1 и 3
(при $k(z)=0,5$)



Формула 3

Гиперболическая модель Левича

Предложена А.П. Левичем (1977, 1978) и детально обоснована им же позднее (Левич, 1980).

Описывает сообщество, лимитированное потребляемыми ресурсами при логарифмическом распределении потребностей отдельных видов.

Левич А.П. Структура экологических сообществ // Биологические науки. 1977. №10. С. 63–74.

Левич А.П., Экстремальный принцип в теории сообществ // Проблемы экологического мониторинга и моделирования экосистем. Л., 1978. Т. 1. С. 164–182.

Левич А.П. Структура экологических сообществ. М., 1980. 181 с.

Гиперболическая модель Левича

Считается, что данная модель лучше, чем модель геометрических рядов описывает:

- 1) сложные и более целостные сообщества;
- 2) выборки большого объёма;
- 3) данные, усреднённые по времени или пространству.

Гиперболическая модель Левича

$$N_i = K \times i^{-b} [6],$$

где:

N_i – обилие i -того члена сообщества;

K – ожидаемое обилие первого члена сообщества;

b – параметр модели, или мера выравниваемости видов по обилию.

$$K=29,6$$

$$b=0,5$$

$$N_1 = 29,6 \times 1^{-0,5} = 29,6 \times 1 = 29,6$$

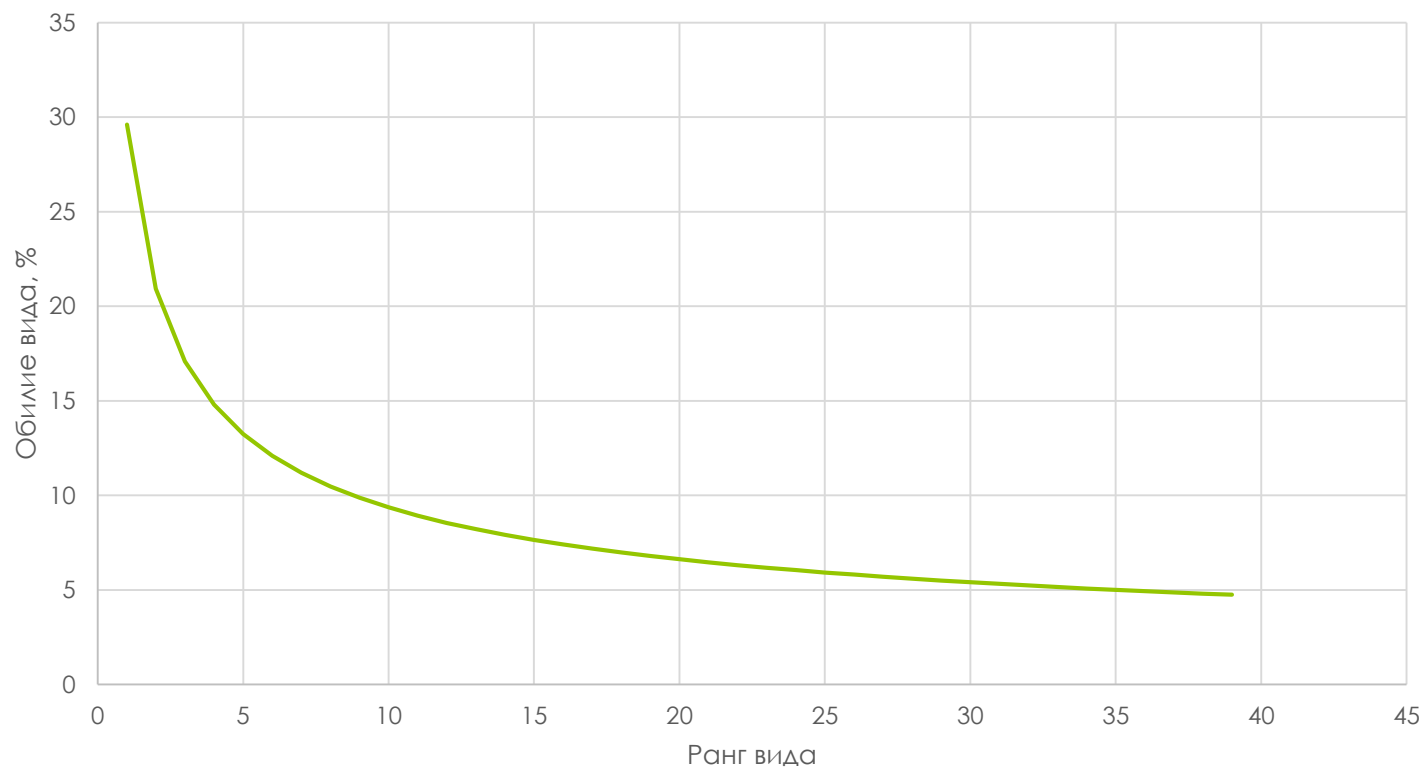
$$N_2 = 29,6 \times 2^{-0,5} = 29,6 \times 0,71 = 20,9 \quad N_3 = 29,6 \times 3^{-0,5} = 29,6 \times 0,58 = 17,1$$

...

$$N_{39} = 29,6 \times 39^{-0,5} = 29,6 \times 0,16 = 4,7$$

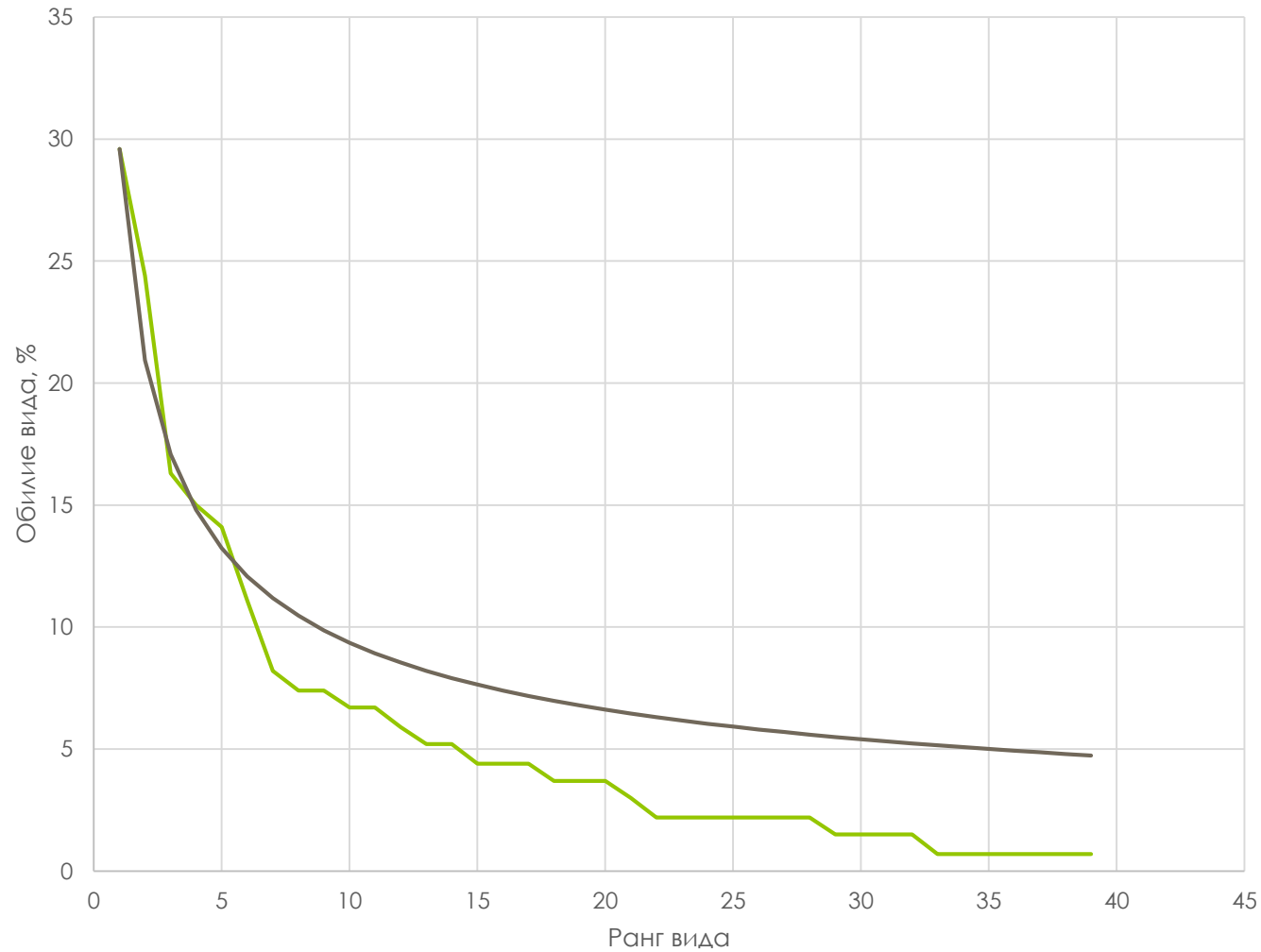
Гиперболическая модель (при $b=0,5$) распределения
видов на техногенной площадке
Усинского месторождения нефти
(данные из: Железнова с соавт., 1996)

1	29,6
2	20,93036
3	17,08957
4	14,8
5	13,23752
6	12,08415
7	11,18775
8	10,46518
9	9,866667
10	9,360342
11	8,924736
12	8,544784
13	8,209563
14	7,910933
15	7,642687
16	7,4
17	7,179055
18	6,976787
19	6,790706
20	6,618761
21	6,45925
22	6,310741
23	6,172027
24	6,042075
25	5,92
26	5,805038
27	5,696523
28	5,593874
29	5,496582
30	5,404196
31	5,316317
32	5,23259
33	5,152699
34	5,076358
35	5,003313
36	4,933333
37	4,86621
38	4,801754
39	4,739793



Соотношение распределения видов на
анализируемой площадке и по гиперболической
модели (при $b=0,5$)

1	29,6	29,6
2	24,4	20,93036
3	16,3	17,08957
4	15	14,8
5	14,1	13,23752
6	11,1	12,08415
7	8,2	11,18775
8	7,4	10,46518
9	7,4	9,866667
10	6,7	9,360342
11	6,7	8,924736
12	5,9	8,544784
13	5,2	8,209563
14	5,2	7,910933
15	4,4	7,642687
16	4,4	7,4
17	4,4	7,179055
18	3,7	6,976787
19	3,7	6,790706
20	3,7	6,618761
21	3	6,45925
22	2,2	6,310741
23	2,2	6,172027
24	2,2	6,042075
25	2,2	5,92
26	2,2	5,805038
27	2,2	5,696523
28	2,2	5,593874
29	1,5	5,496582
30	1,5	5,404196
31	1,5	5,316317
32	1,5	5,23259
33	0,7	5,152699
34	0,7	5,076358
35	0,7	5,003313
36	0,7	4,933333
37	0,7	4,86621
38	0,7	4,801754
39	0,7	4,739793



$r=0,9905$

*Задание 12

Постройте гиперболическую модель по выданным Вам материалам для каждой площадки; параметр b возьмите равным 0,5.

Отложите их на тех же координатных осях, что и эмпирические графики «ранг вида / обилие вида» и рассчитайте коэффициенты корреляции.

Сделайте выводы по получившимся коэффициентам.

Дзета-модель Левича

Предложена А.П. Левичем (1980) и представляет собой объединённые экспоненциальную (или модель геометрических рядов) и гиперболическую модели.

Левич А.П. Структура экологических сообществ. М., 1980. 181 с.

Дзета-модель Левича

$$N_i = N_1 \times \frac{x^{i-1}}{i^\gamma} [7],$$

где:

N_i – обилие i -того члена сообщества;

N_1 – обилие первого члена сообщества;

x – первый параметр модели;

γ – второй параметр модели.

$$N_1=29,6 \quad x=0,5 \quad \gamma=0,5$$

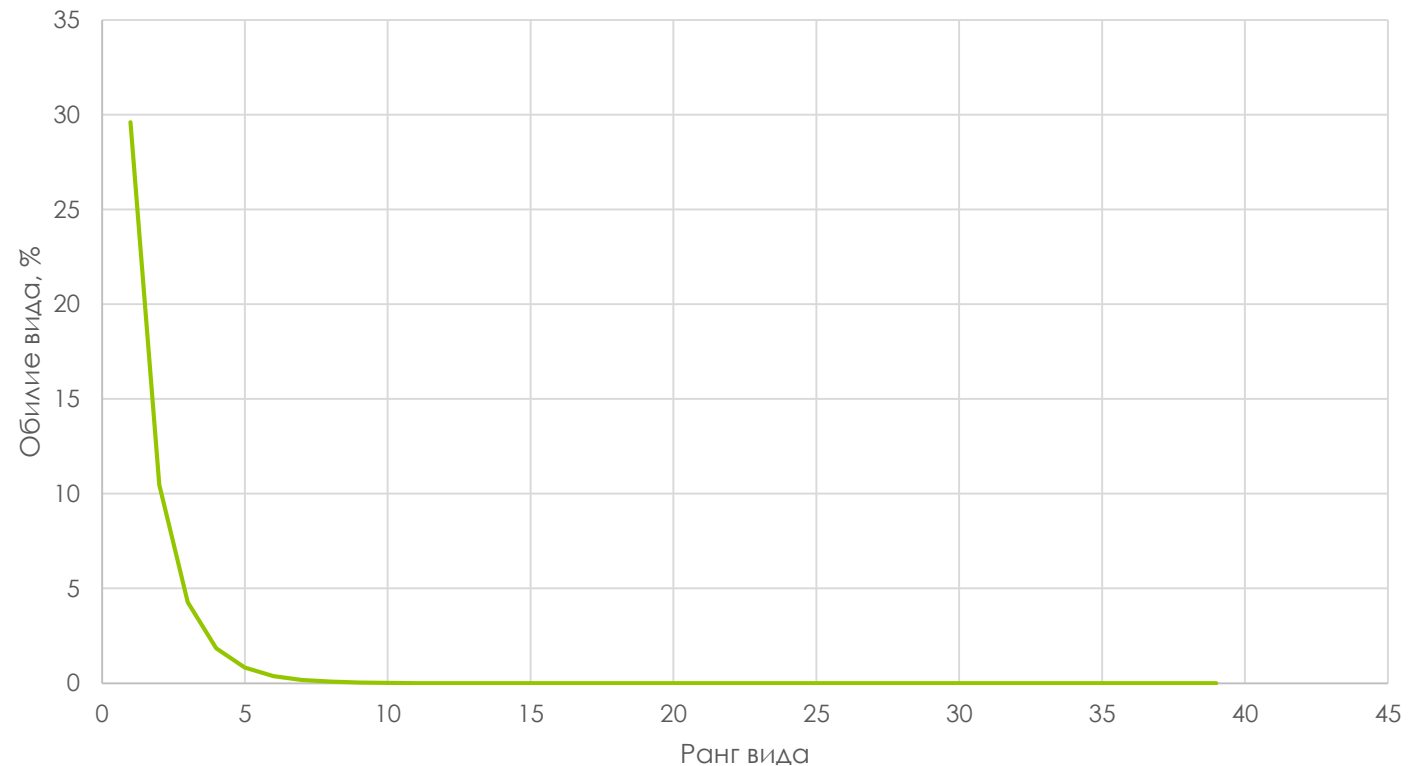
$$N_2 = 29,6 \times \frac{0,5^{2-1}}{2^{0,5}} = 29,6 \times \frac{0,5}{1,4} = 10,47$$

$$N_3 = 29,6 \times \frac{0,5^{3-1}}{3^{0,5}} = 29,6 \times \frac{0,5^2}{1,73} = 29,6 \times \frac{0,25}{1,73} = 4,27$$

$$N_4 = 29,6 \times \frac{0,5^{4-1}}{4^{0,5}} = 29,6 \times \frac{0,5^3}{2} = 29,6 \times \frac{0,125}{2} = 1,85$$

1	29,6
2	10,46518
3	4,272392
4	1,85
5	0,827345
6	0,37763
7	0,174809
8	0,081759
9	0,038542
10	0,018282
11	0,008716
12	0,004172
13	0,002004
14	0,000966
15	0,000466
16	0,000226
17	0,00011
18	5,32E-05
19	2,59E-05
20	1,26E-05
21	6,16E-06
22	3,01E-06
23	1,47E-06
24	7,2E-07
25	3,53E-07
26	1,73E-07
27	8,49E-08
28	4,17E-08
29	2,05E-08
30	1,01E-08
31	4,95E-09
32	2,44E-09
33	1,2E-09
34	5,91E-10
35	2,91E-10
36	1,44E-10
37	7,08E-11
38	3,49E-11
39	1,72E-11

Дзета-модель (при $x=0,5$, $\gamma=0,5$) распределения видов на
техногенной площадке
Усинского месторождения нефти
(данные из: Железнова с соавт., 1996)



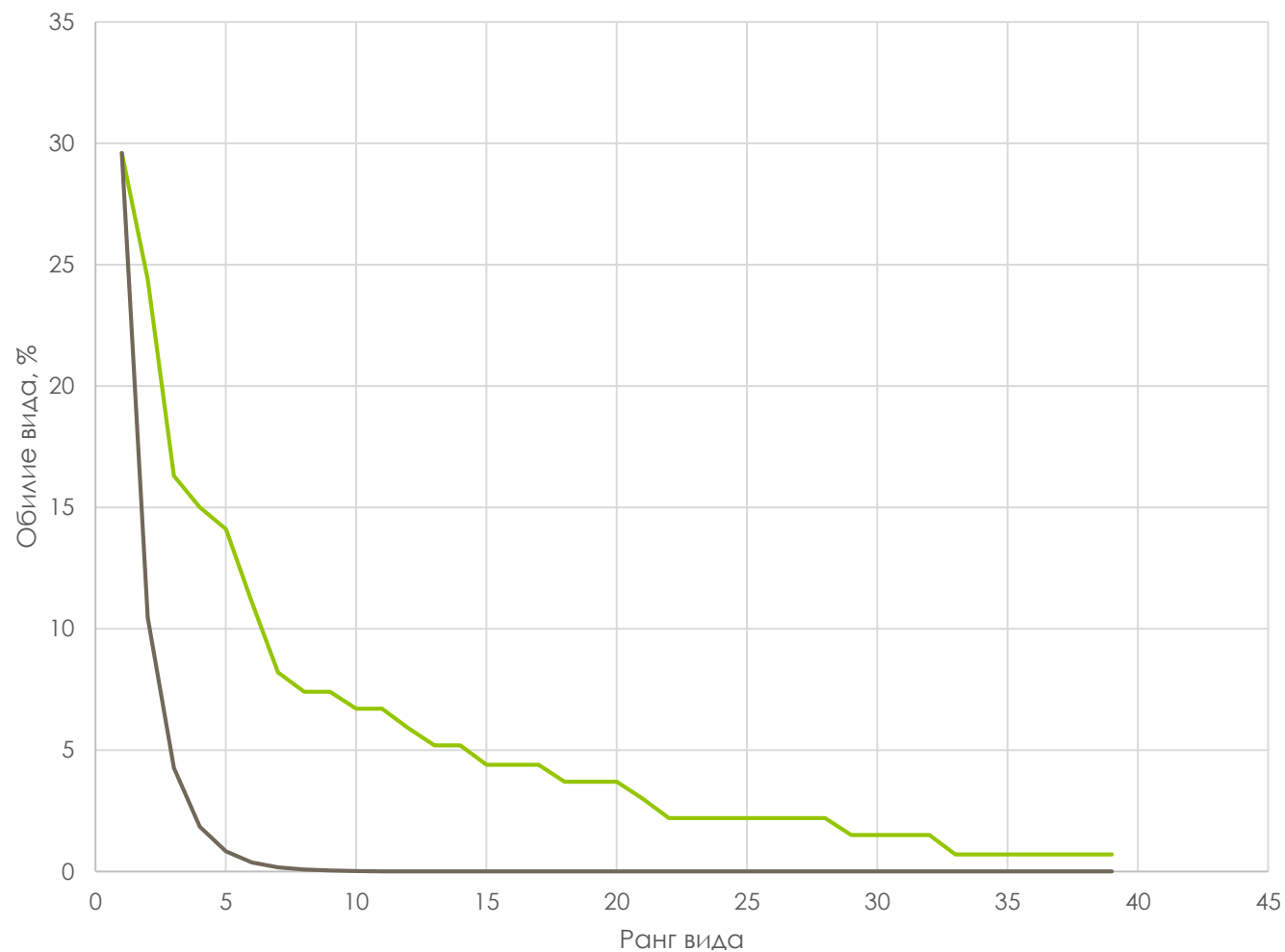
*Задание 13

Постройте три варианта дзета-модели для каждой площадки по выданным Вам материалам так, чтобы в одном случае $x=y$, в другом $x>y$, в третьем $x<y$.

Укажите, какие закономерности Вы видите.

Соотношение распределения видов на
анализируемой площадке и по дзета-модели
(при $x=0,5$, $\gamma=0,5$)

1	29,6	29,6
2	24,4	10,46518
3	16,3	4,272392
4	15	1,85
5	14,1	0,827345
6	11,1	0,37763
7	8,2	0,174809
8	7,4	0,081759
9	7,4	0,038542
10	6,7	0,018282
11	6,7	0,008716
12	5,9	0,004172
13	5,2	0,002004
14	5,2	0,000966
15	4,4	0,000466
16	4,4	0,000226
17	4,4	0,00011
18	3,7	5,32E-05
19	3,7	2,59E-05
20	3,7	1,26E-05
21	3	6,16E-06
22	2,2	3,01E-06
23	2,2	1,47E-06
24	2,2	7,20E-07
25	2,2	3,53E-07
26	2,2	1,73E-07
27	2,2	8,49E-08
28	2,2	4,17E-08
29	1,5	2,05E-08
30	1,5	1,01E-08
31	1,5	4,95E-09
32	1,5	2,44E-09
33	0,7	1,20E-09
34	0,7	5,91E-10
35	0,7	2,91E-10
36	0,7	1,44E-10
37	0,7	7,08E-11
38	0,7	3,49E-11
39	0,7	1,72E-11



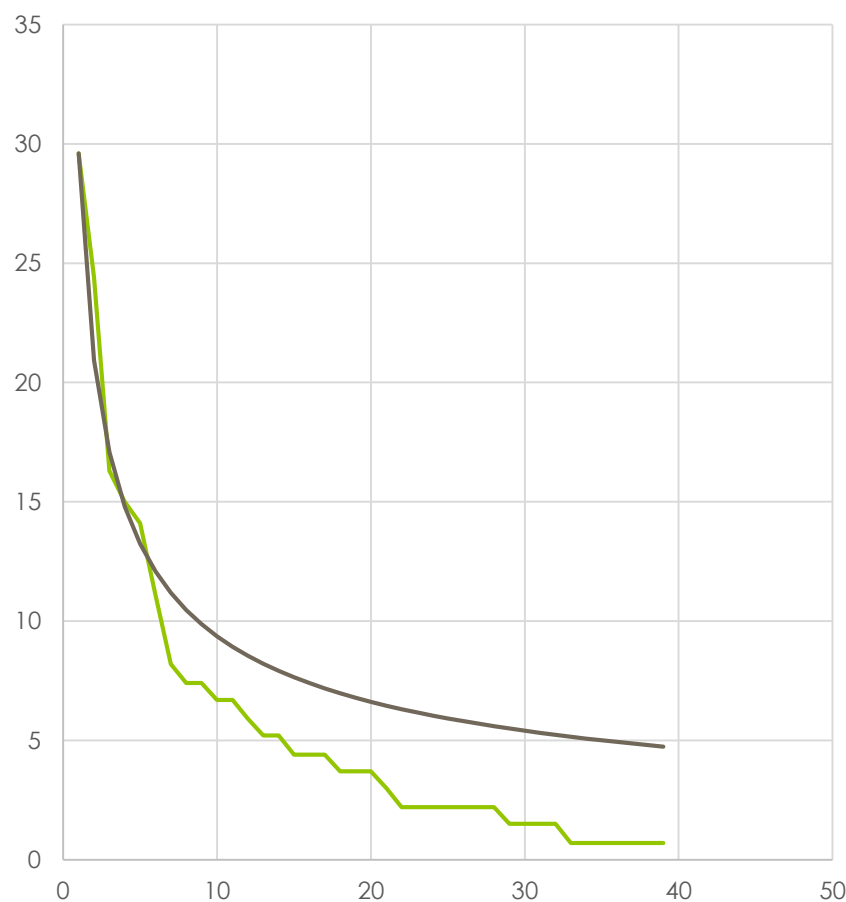
*Задание 14

Добавьте к построенным Вами трём моделям эмпирические графики «ранг вида / обилие вида» для каждой площадки и рассчитайте коэффициенты корреляции.

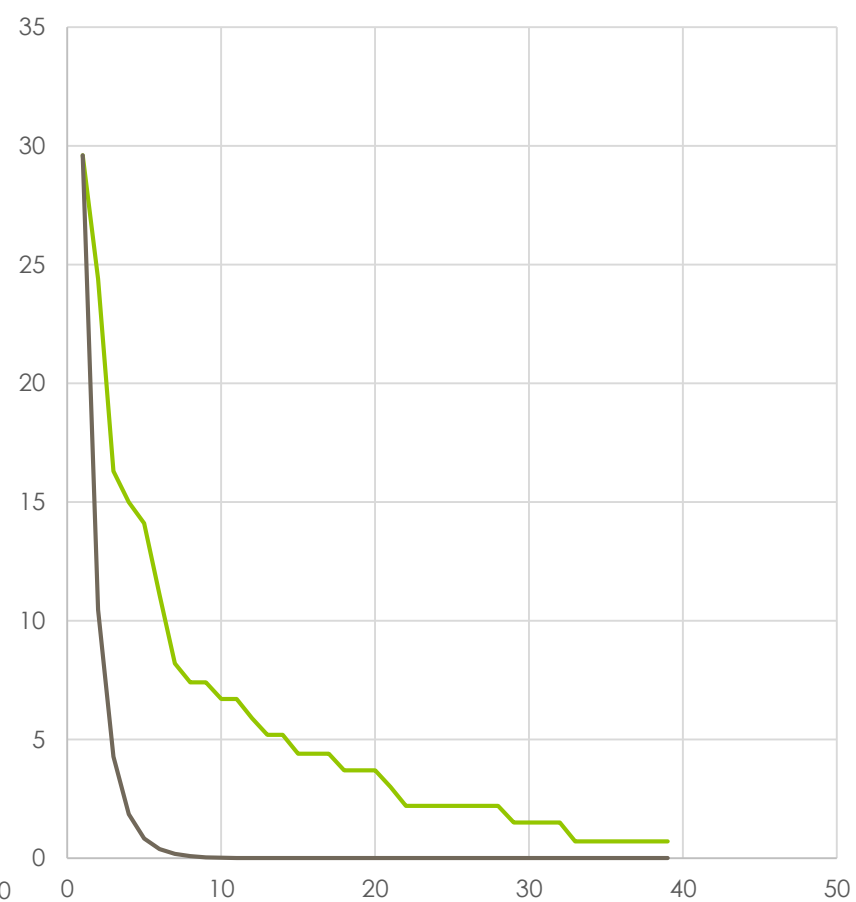
Сделайте вывод по получившейся корреляции.

Соотношение графиков гиперболической модели и дзета-модели (все параметры равны 0,5)

Гиперболическая модель



Дзета-модель



Модель «разломанного стержня» MacArthur'a

Модель предложил R.H. MacArthur (1957): величина ресурса (k), которую изымает вид, не является постоянной, а изменяется по некоторому нелинейному закону.

«Пространство ниши в пределах сообщества случайно и одновременно разламывается, как стержень, на S КУСКОВ».

R. MacArthur. (1957). On the relative abundance of bird species. Proc. Nat. US Acad. Sci. 43(3). pp. 293–295.

Модель «разломанного стержня» MacArthur'a

Считается, что такая модель хорошо описывает сообщества с:

- 1) сильной межвидовой конкуренцией,
 - 2) территориальным поведением,
 - 3) неперекрывающимися нишами;
- а также
- 4) для видов крупных размеров с длительными жизненными циклами
 - 5) или небольших экологически однородных групп видов, лимитированных одним фактором.

Модель «разломанного стержня» MacArthur'a

$$N_i = \sqrt{S} \times \sum_{l=i}^S \frac{\binom{1}{l}}{S} [8],$$

ИЛИ

$$N_i = \sqrt{S} \times \sum_{l=i}^S \frac{l^{-1}}{S} [9],$$

где:

S – общее число видов;

i – порядковый номер вида (1, 2, ..., S);

N_i – число особей i -того вида;

l – коэффициент, введённый для нелинейности.

Распределение в координатах «логарифм ранга / обилие» даёт прямую.

$$S=39$$

$$N_1 = \sqrt{39} \times \sum_{l=1}^{39} \frac{\binom{1}{l}}{39} = 6,25 \times \sum_{l=1}^{39} \frac{\binom{1}{l}}{39} + \frac{\binom{1}{2}}{39} + \frac{\binom{1}{3}}{39} + \dots + \frac{\binom{1}{39}}{39} = 6,25 \times 4,25 = 26,56$$

$$N_2 = \sqrt{39} \times \sum_{l=2}^{39} \frac{\binom{1}{l}}{39} = 6,25 \times \sum_{l=2}^{39} \frac{\binom{1}{l}}{39} + \frac{\binom{1}{3}}{39} + \frac{\binom{1}{4}}{39} + \dots + \frac{\binom{1}{39}}{39} = 6,25 \times 3,25 = 20,32$$

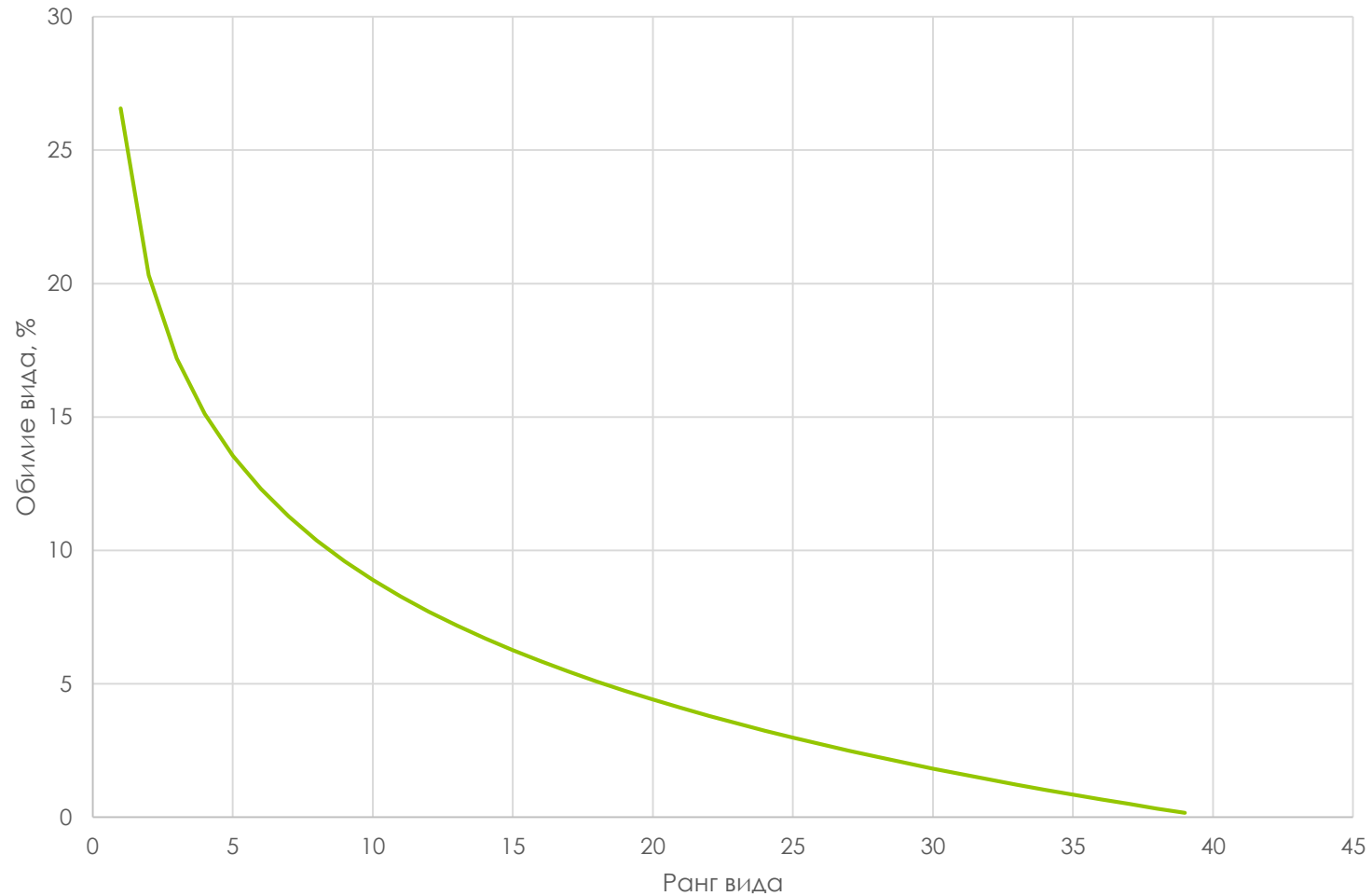
$$N_3 = \sqrt{39} \times \sum_{l=3}^{39} \frac{\binom{1}{l}}{39} = 6,25 \times \sum_{l=3}^{39} \frac{\binom{1}{l}}{39} + \frac{\binom{1}{4}}{39} + \frac{\binom{1}{5}}{39} + \dots + \frac{\binom{1}{39}}{39} = 6,25 \times 2,75 = 17,20$$

...

$$N_{39} = \sqrt{39} \times \sum_{l=39}^{39} \frac{\binom{1}{l}}{39} = 6,25 \times \sum_{l=39}^{39} \frac{\binom{1}{39}}{39} = 6,25 \times 0,026 = 0,16$$

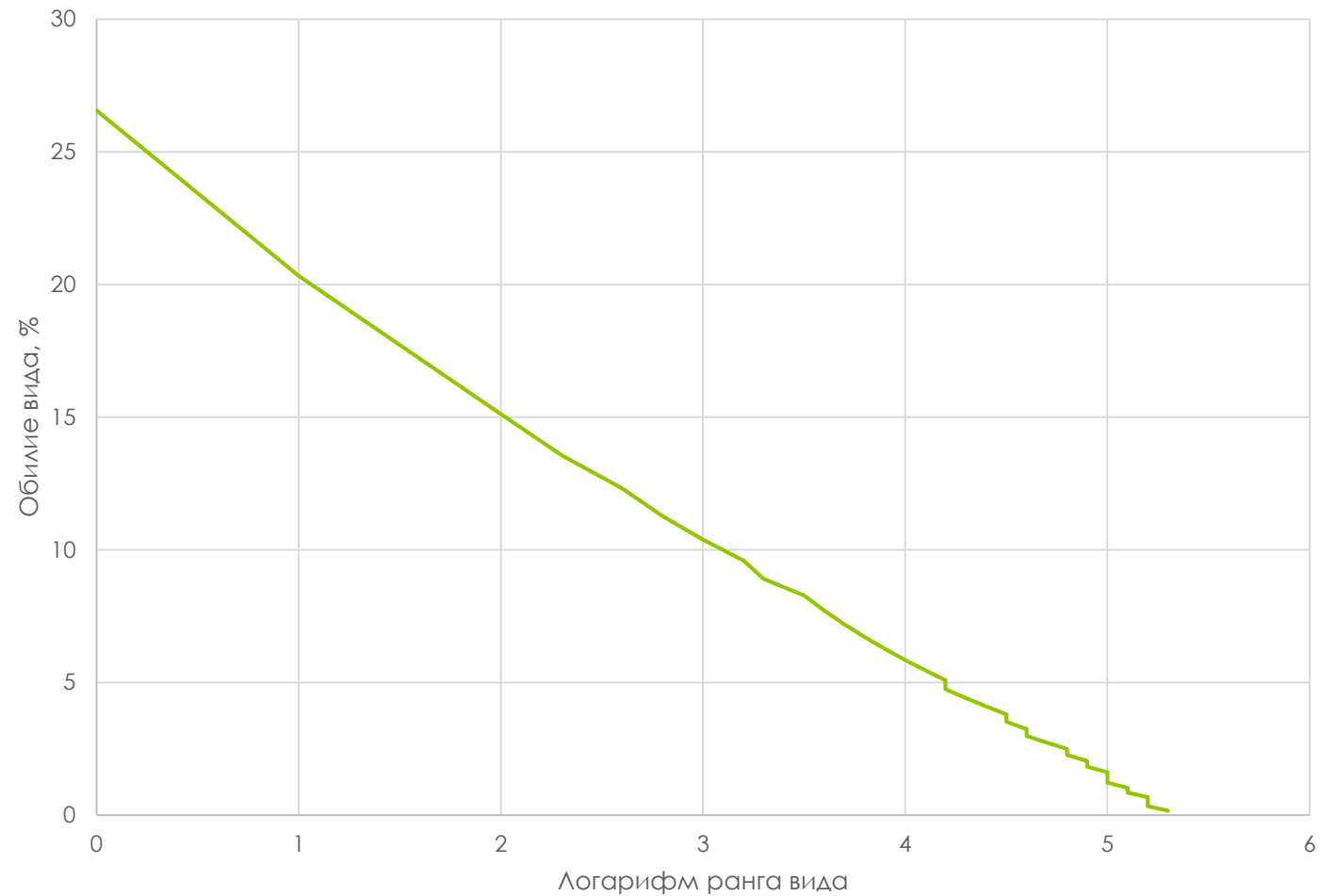
Модель «разломанный стержень» распределения
видов на техногенной площадке
Усинского месторождения нефти
(данные из: Железнова с соавт., 1996)

1	26,56337
2	20,31837
3	17,19587
4	15,1142
5	13,55296
6	12,30396
7	11,26312
8	10,37098
9	9,590355
10	8,896467
11	8,271967
12	7,70424
13	7,183823
14	6,703439
15	6,257368
16	5,841034
17	5,450722
18	5,083369
19	4,736425
20	4,407741
21	4,095491
22	3,79811
23	3,514246
24	3,242725
25	2,982517
26	2,732717
27	2,492524
28	2,261228
29	2,038192
30	1,822848
31	1,614681
32	1,41323
33	1,218073
34	1,028831
35	0,845155
36	0,666726
37	0,493254
38	0,32447
39	0,160128



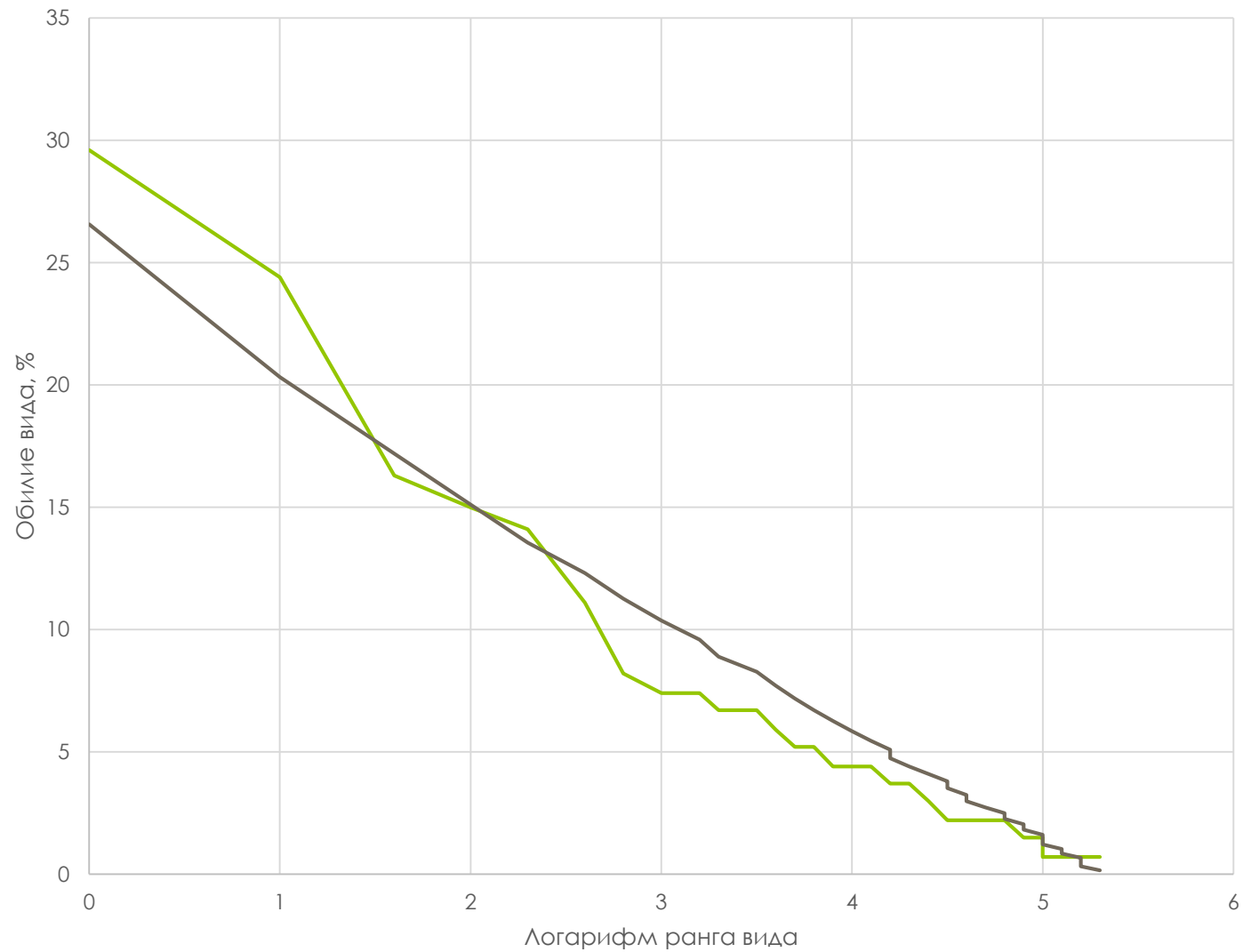
Модель «разломанный стержень» распределения
видов на техногенной площадке
Усинского месторождения нефти
(данные из: Железнова с соавт., 1996)

1	0	26,56337
2	1	20,31837
3	1,6	17,19587
4	2	15,1142
5	2,3	13,55296
6	2,6	12,30396
7	2,8	11,26312
8	3	10,37098
9	3,2	9,590355
10	3,3	8,896467
11	3,5	8,271967
12	3,6	7,70424
13	3,7	7,183823
14	3,8	6,703439
15	3,9	6,257368
16	4	5,841034
17	4,1	5,450722
18	4,2	5,083369
19	4,2	4,736425
20	4,3	4,407741
21	4,4	4,095491
22	4,5	3,79811
23	4,5	3,514246
24	4,6	3,242725
25	4,6	2,982517
26	4,7	2,732717
27	4,8	2,492524
28	4,8	2,261228
29	4,9	2,038192
30	4,9	1,822848
31	5	1,614681
32	5	1,41323
33	5	1,218073
34	5,1	1,028831
35	5,1	0,845155
36	5,2	0,666726
37	5,2	0,493254
38	5,2	0,32447
39	5,3	0,160128



0	26,56337	29,6
1	20,31837	24,4
1,6	17,19587	16,3
2	15,1142	15
2,3	13,55296	14,1
2,6	12,30396	11,1
2,8	11,26312	8,2
3	10,37098	7,4
3,2	9,590355	7,4
3,3	8,896467	6,7
3,5	8,271967	6,7
3,6	7,70424	5,9
3,7	7,183823	5,2
3,8	6,703439	5,2
3,9	6,257368	4,4
4	5,841034	4,4
4,1	5,450722	4,4
4,2	5,083369	3,7
4,2	4,736425	3,7
4,3	4,407741	3,7
4,4	4,095491	3
4,5	3,79811	2,2
4,5	3,514246	2,2
4,6	3,242725	2,2
4,6	2,982517	2,2
4,7	2,732717	2,2
4,8	2,492524	2,2
4,8	2,261228	2,2
4,9	2,038192	1,5
4,9	1,822848	1,5
5	1,614681	1,5
5	1,41323	1,5
5	1,218073	0,7
5,1	1,028831	0,7
5,1	0,845155	0,7
5,2	0,666726	0,7
5,2	0,493254	0,7
5,2	0,32447	0,7
5,3	0,160128	0,7

Соотношение распределения видов на анализируемой площадке и по модели «разломанного стержня»



Задание 15

Постройте модели «разломанного стержня» для площадок по выданным Вам данным, используя формулу 8 или 9.

Превратите модели в вид «логарифм ранга вида / обилие вида».

Рассчитайте корреляции между теоретическими данными модели и эмпирическими данными по каждой площадке в Вашем случае и сделайте выводы.

Модель «разломанного стержня» MacArthur'a

$$N_i = \frac{N}{S} \times \sum_{n=i}^S \frac{1}{n} [10],$$

где:

N – общее число особей;

S – общее число видов;

i – порядковый номер вида (1, 2, ..., S);

N_i – число особей i -того вида;

n – коэффициент, введённый для нелинейности.

$$N=216,8 \quad S=39$$

$$N_1 = \frac{216,8}{39} \times \sum_{n=1}^{39} \frac{1}{n} = 5,56 \times \sum_{n=1}^{39} \frac{1}{n} = 5,56 \times 4,25 = 23,65$$

$$N_2 = \frac{216,8}{39} \times \sum_{n=2}^{39} \frac{1}{n} = 5,56 \times \sum_{n=2}^{39} \frac{1}{n} = 5,56 \times 3,25 = 18,09$$

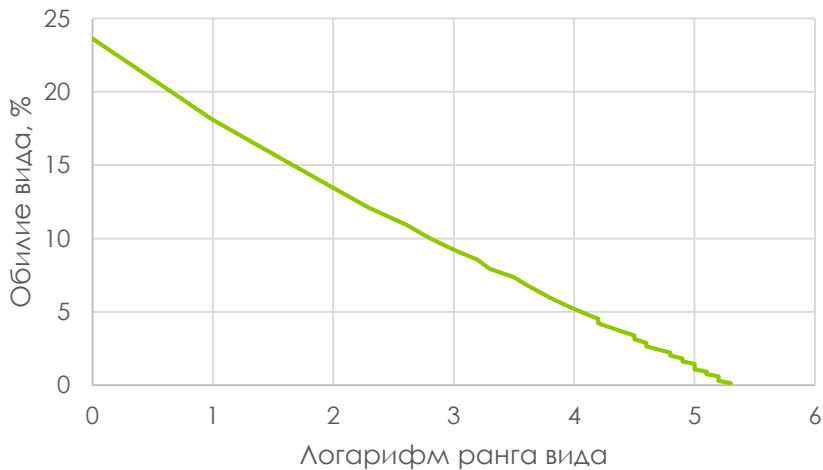
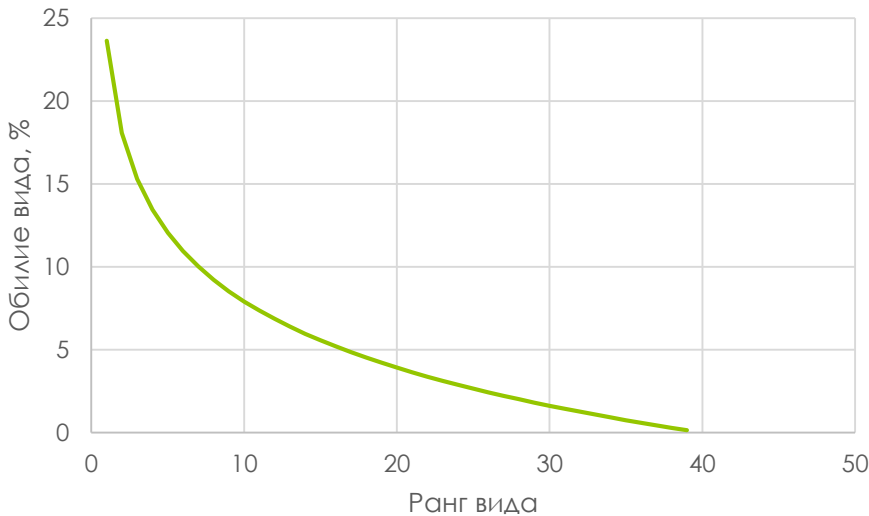
$$N_3 = \frac{216,8}{39} \times \sum_{n=3}^{39} \frac{1}{n} = 5,56 \times \sum_{n=3}^{39} \frac{1}{n} = 5,56 \times 2,75 = 15,31$$

...

$$N_{39} = \frac{216,8}{39} \times \sum_{n=39}^{39} \frac{1}{n} = 5,56 \times \sum_{n=39}^{39} \frac{1}{n} = 5,56 \times 0,026 = 0,14$$

Модель «разломанный стержень» распределения видов
на техногенной площадке
Усинского месторождения нефти
(данные из: Железнова с соавт., 1996)

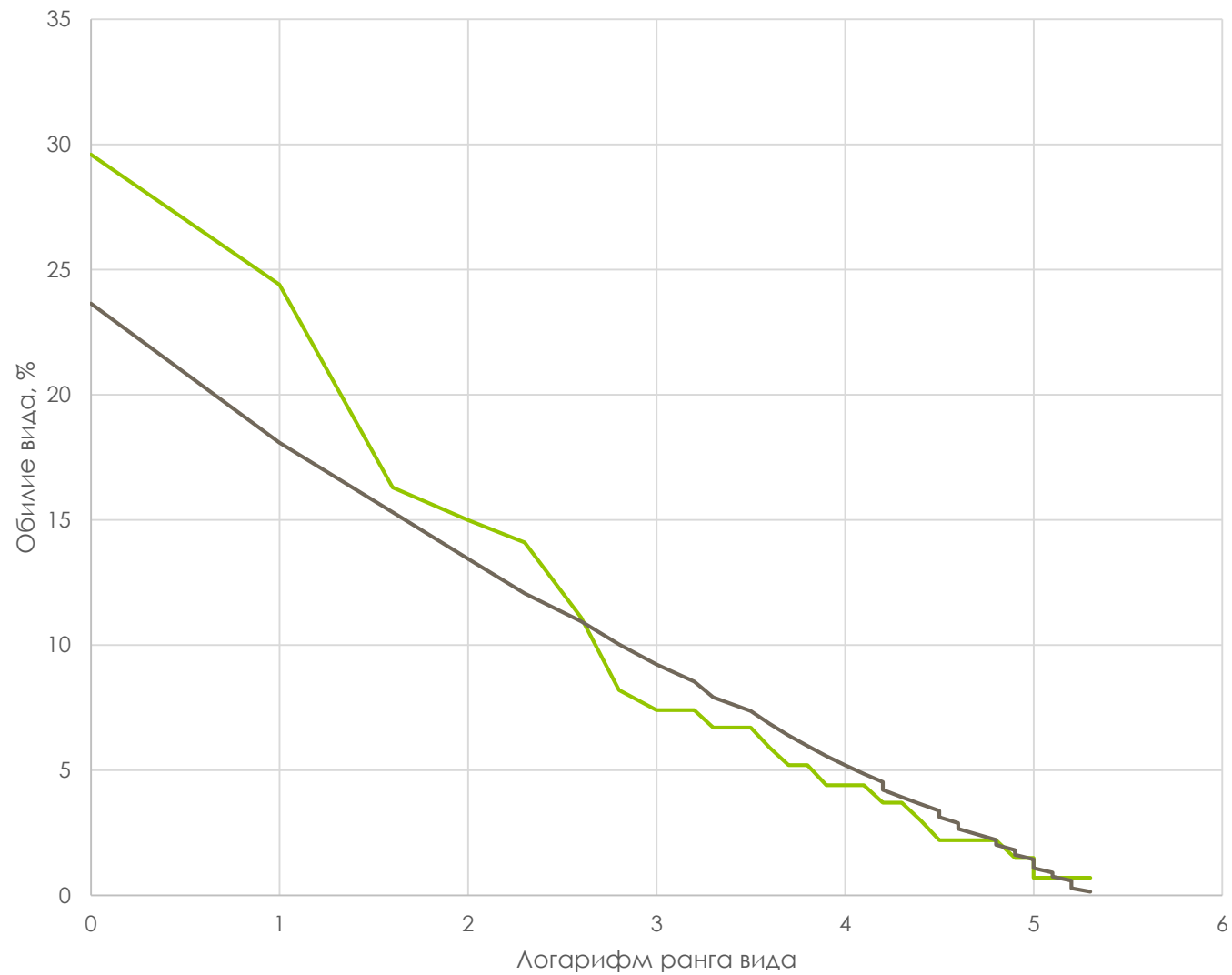
1	23,64534
2	18,08636
3	15,30688
4	13,45388
5	12,06414
6	10,95235
7	10,02585
8	9,23171
9	8,536839
10	7,919175
11	7,363277
12	6,857916
13	6,394668
14	5,967055
15	5,569985
16	5,199387
17	4,851951
18	4,524952
19	4,21612
20	3,923543
21	3,645594
22	3,380881
23	3,1282
24	2,886506
25	2,654882
26	2,432523
27	2,218716
28	2,012828
29	1,814294
30	1,622605
31	1,437306
32	1,257984
33	1,084266
34	0,915812
35	0,752313
36	0,593485
37	0,439069
38	0,288827
39	0,142538



0	23,64534
1	18,08636
1,6	15,30688
2	13,45388
2,3	12,06414
2,6	10,95235
2,8	10,02585
3	9,23171
3,2	8,536839
3,3	7,919175
3,5	7,363277
3,6	6,857916
3,7	6,394668
3,8	5,967055
3,9	5,569985
4	5,199387
4,1	4,851951
4,2	4,524952
4,2	4,21612
4,3	3,923543
4,4	3,645594
4,5	3,380881
4,5	3,1282
4,6	2,886506
4,6	2,654882
4,7	2,432523
4,8	2,218716
4,8	2,012828
4,9	1,814294
4,9	1,622605
5	1,437306
5	1,257984
5	1,084266
5,1	0,915812
5,1	0,752313
5,2	0,593485
5,2	0,439069
5,2	0,288827
5,3	0,142538

0	29,6	23,64534
1	24,4	18,08636
1,6	16,3	15,30688
2	15	13,45388
2,3	14,1	12,06414
2,6	11,1	10,95235
2,8	8,2	10,02585
3	7,4	9,23171
3,2	7,4	8,536839
3,3	6,7	7,919175
3,5	6,7	7,363277
3,6	5,9	6,857916
3,7	5,2	6,394668
3,8	5,2	5,967055
3,9	4,4	5,569985
4	4,4	5,199387
4,1	4,4	4,851951
4,2	3,7	4,524952
4,2	3,7	4,21612
4,3	3,7	3,923543
4,4	3	3,645594
4,5	2,2	3,380881
4,5	2,2	3,1282
4,6	2,2	2,886506
4,6	2,2	2,654882
4,7	2,2	2,432523
4,8	2,2	2,218716
4,8	2,2	2,012828
4,9	1,5	1,814294
4,9	1,5	1,622605
5	1,5	1,437306
5	1,5	1,257984
5	0,7	1,084266
5,1	0,7	0,915812
5,1	0,7	0,752313
5,2	0,7	0,593485
5,2	0,7	0,439069
5,2	0,7	0,288827
5,3	0,7	0,142538

Соотношение распределения видов на анализируемой площадке и по модели «разломанного стержня»



$r=0,9797$

Задание 16

Постройте модели «разломанного стержня» для площадок по выданным Вам данным, используя формулу 10.

Превратите модели в вид «логарифм ранга вида / обилие вида».

Рассчитайте корреляции между теоретическими данными моделей и эмпирическими данными по площадкам в Вашем случае и сделайте выводы.

Модель «разломанного стержня» MacArthur'a

$$N_i = \frac{\sqrt{i+1} - \sqrt{i}}{\sqrt{S}} [11],$$

где:

S – общее число видов;

i – порядковый номер вида (1, 2, ..., S);

N_i – число особей i -того вида.

Считается, что формула лучше описывает ситуацию, когда в сообществе среда используется полностью, а экологические ниши частично перекрываются.

$$S=39$$

$$N_1 = \frac{\sqrt{1+1}-\sqrt{1}}{\sqrt{39}} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{6,25} = \frac{1,41-1}{6,25} = \frac{0,41}{6,25} = 0,066$$

$$N_2 = \frac{\sqrt{2+1}-\sqrt{2}}{\sqrt{39}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{6,25} = \frac{1,73-1,41}{6,25} = \frac{0,32}{6,25} = 0,051$$

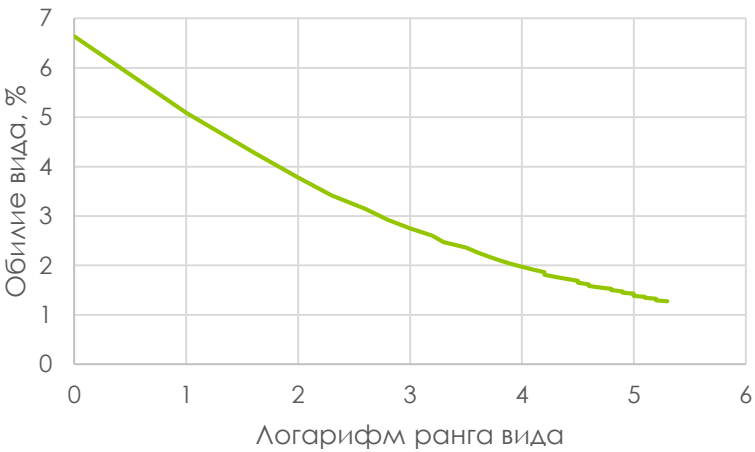
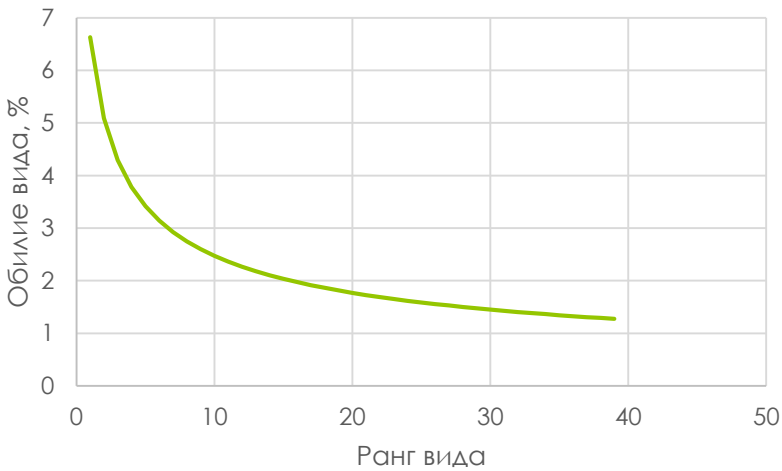
$$N_3 = \frac{\sqrt{3+1}-\sqrt{3}}{\sqrt{39}} = \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{6,25} = \frac{2-1,73}{6,25} = \frac{0,27}{6,25} = 0,043$$

...

$$N_{39} = \frac{\sqrt{39+1}-\sqrt{39}}{\sqrt{39}} = \frac{\sqrt{40}-\sqrt{39}}{6,25} = \frac{6,32-6,25}{6,25} = \frac{0,07}{6,25} = 0,011$$

1	0,066327	6,632725
2	0,050895	5,089469
3	0,042906	4,290621
4	0,037801	3,780113
5	0,034175	3,417483
6	0,031427	3,1427
7	0,029252	2,925154
8	0,027474	2,747365
9	0,025985	2,598522
10	0,024715	2,471532
11	0,023615	2,361519
12	0,02265	2,265007
13	0,021794	2,179442
14	0,021029	2,102898
15	0,020339	2,033894
16	0,019713	1,971268
17	0,019141	1,914093
18	0,018616	1,861622
19	0,018132	1,813243
20	0,017685	1,768451
21	0,017268	1,726823
22	0,01688	1,688003
23	0,016517	1,651689
24	0,016176	1,617623
25	0,015856	1,585581
26	0,015554	1,555371
27	0,015268	1,526825
28	0,014998	1,499795
29	0,014742	1,474152
30	0,014498	1,449781
31	0,014266	1,42658
32	0,014045	1,404458
33	0,013833	1,383335
34	0,013631	1,363137
35	0,013438	1,343799
36	0,013253	1,325261
37	0,013075	1,30747
38	0,012904	1,290377
39	0,012739	1,273937

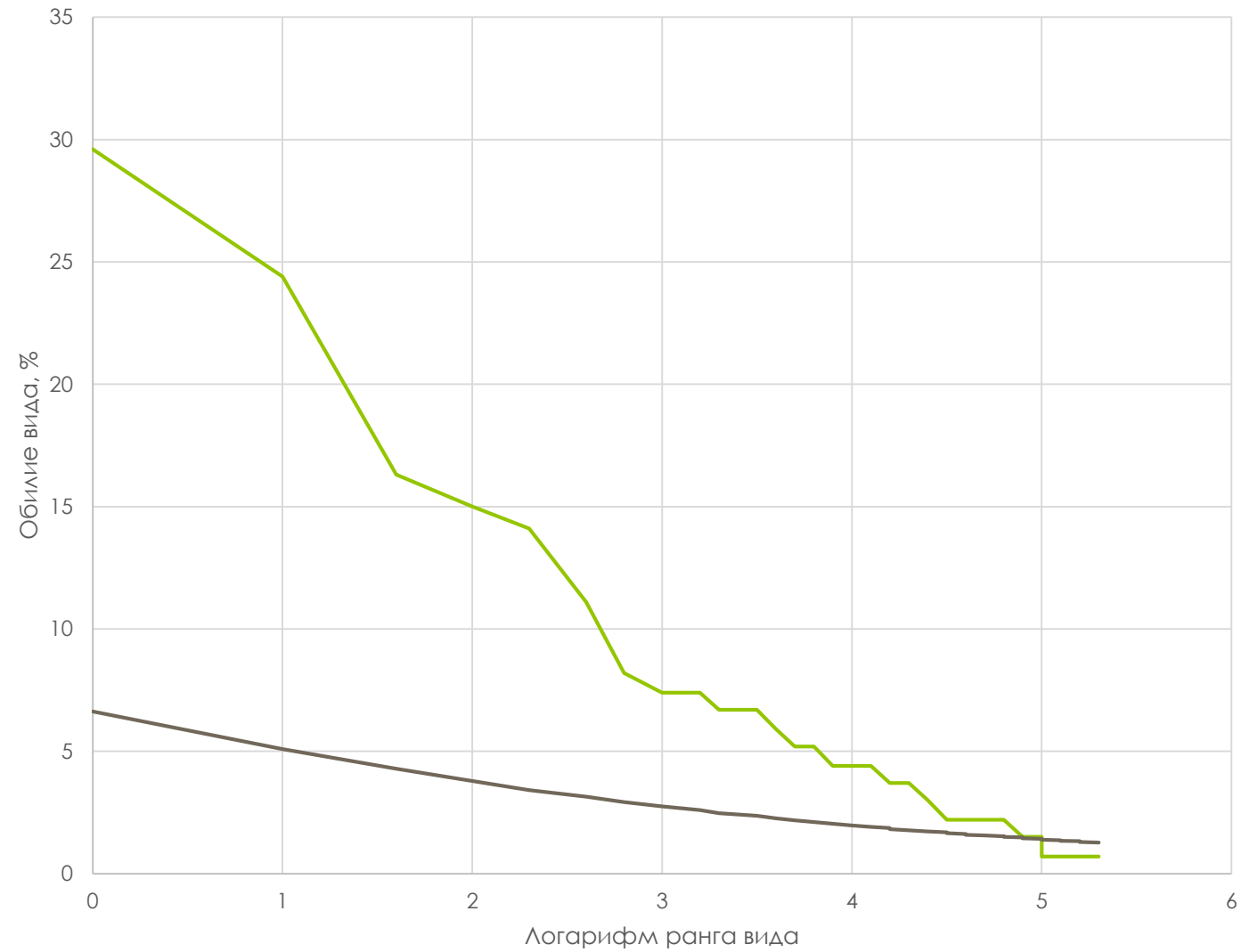
Модель «разломанный стержень» распределения видов
на техногенной площадке
Усинского месторождения нефти
(данные из: Железнова с соавт., 1996)



0	6,632725
1	5,089469
1,6	4,290621
2	3,780113
2,3	3,417483
2,6	3,1427
2,8	2,925154
3	2,747365
3,2	2,598522
3,3	2,471532
3,5	2,361519
3,6	2,265007
3,7	2,179442
3,8	2,102898
3,9	2,033894
4	1,971268
4,1	1,914093
4,2	1,861622
4,2	1,813243
4,3	1,768451
4,4	1,726823
4,5	1,688003
4,5	1,651689
4,6	1,617623
4,6	1,585581
4,7	1,555371
4,8	1,526825
4,8	1,499795
4,9	1,474152
4,9	1,449781
5	1,42658
5	1,404458
5	1,383335
5,1	1,363137
5,1	1,343799
5,2	1,325261
5,2	1,30747
5,2	1,290377
5,3	1,273937

0	29,6	6,632725
1	24,4	5,089469
1,6	16,3	4,290621
2	15	3,780113
2,3	14,1	3,417483
2,6	11,1	3,1427
2,8	8,2	2,925154
3	7,4	2,747365
3,2	7,4	2,598522
3,3	6,7	2,471532
3,5	6,7	2,361519
3,6	5,9	2,265007
3,7	5,2	2,179442
3,8	5,2	2,102898
3,9	4,4	2,033894
4	4,4	1,971268
4,1	4,4	1,914093
4,2	3,7	1,861622
4,2	3,7	1,813243
4,3	3,7	1,768451
4,4	3	1,726823
4,5	2,2	1,688003
4,5	2,2	1,651689
4,6	2,2	1,617623
4,6	2,2	1,585581
4,7	2,2	1,555371
4,8	2,2	1,526825
4,8	2,2	1,499795
4,9	1,5	1,474152
4,9	1,5	1,449781
5	1,5	1,42658
5	1,5	1,404458
5	0,7	1,383335
5,1	0,7	1,363137
5,1	0,7	1,343799
5,2	0,7	1,325261
5,2	0,7	1,30747
5,2	0,7	1,290377
5,3	0,7	1,273937

Соотношение распределения видов на анализируемой площадке и по модели «разломанного стержня»



$r=0,9944$

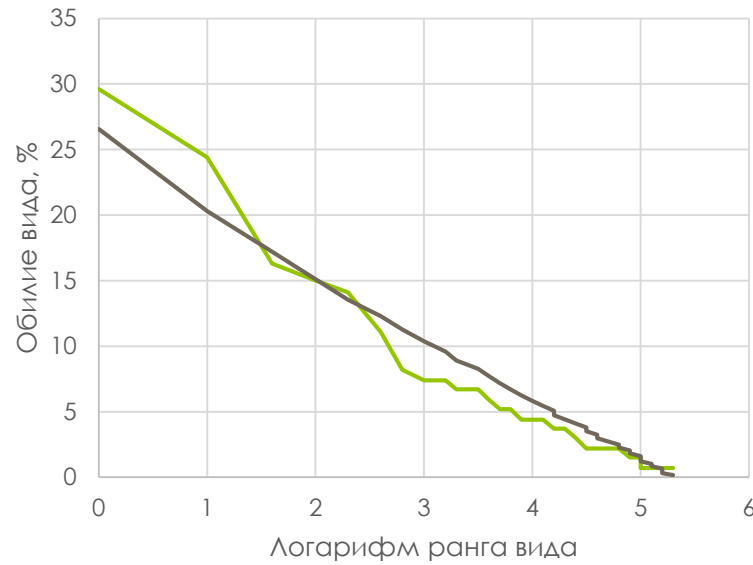
Задание 17

Постройте модель «разломанного стержня» для площадок по выданным Вам данным, используя формулу 11.

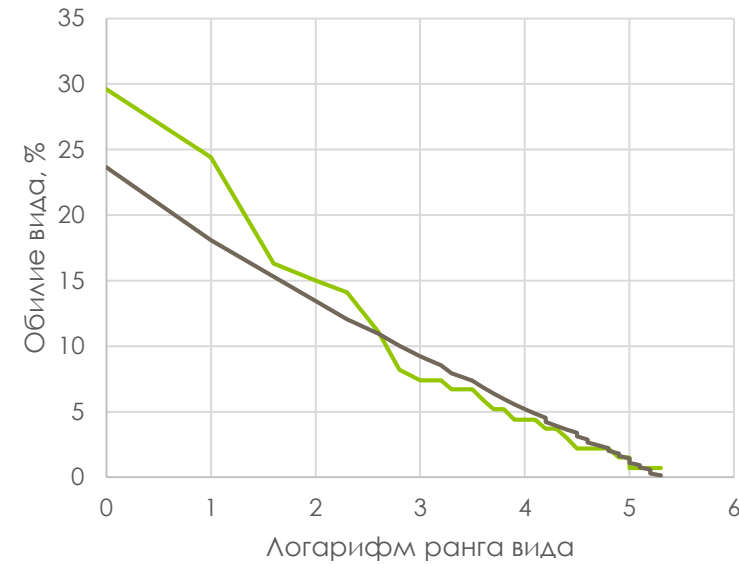
Превратите модели в вид «логарифм ранга вида / обилие вида».

Рассчитайте корреляции между теоретическими данными моделей и эмпирическими данными по площадкам в Вашем случае и сделайте выводы.

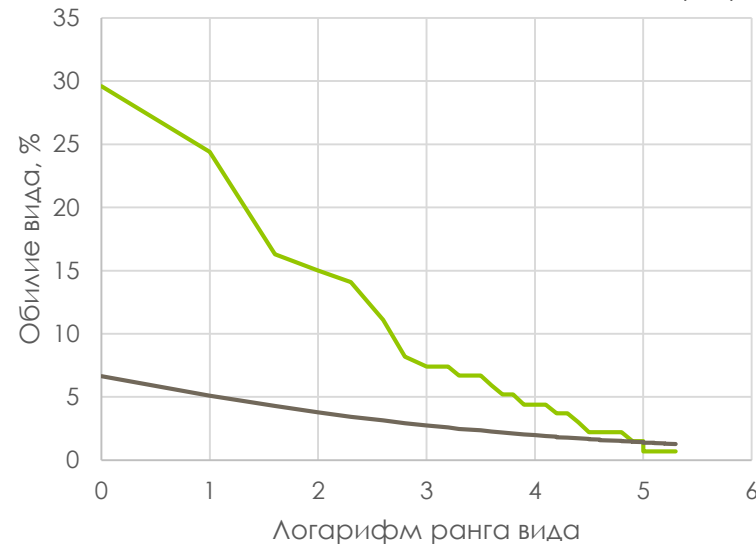
Соотношение графиков модели «разломанный стержень»



Формула 8 или 9



Формула 10



Формула 11

Модель «разломанного стержня» Мак-Артура

Сходная модель (экспоненциально разломанного стержня) была предложена позднее В. Фёдоровым (1978).

Некоторые теоретические модели распределения видового обилия

На графиках частотного распределения
основаны:

- 1) логарифмическая серия Fisher'а, или логарифмическое распределение;
- 2) логнормальное распределение Preston'а, или логарифмически нормальное распределение.

Логарифмическое распределение

Модель предложил R.A. Fisher в совместной работе с A. Steven Corbet & C.B. Williams (1943) на зоологических данных, а позднее детально разработала группа под руководством L. Taylor (Taylor et al., 1976).

Fisher R.A., Corbet A., Williams C.B. (1943). The Relation Between the Number of Species and the Number of Individuals in a Random Sample of an Animal Population. J. Anim. Ecol. Vol. 12, Is. 1. pp. 42–58.

Taylor L.R., Kempton R.A., Woiwod I.P. (1976). Diversity Statistics and Log-Series Model. J. Anim. Ecol. Vol. 45. pp. 255–271.

Логарифмическое распределение

Считается, что такое распределение характерно для сообществ, структура которых определяется одним или немногими экологическими факторами, например (Мэгарран, 1992) – структура наземного яруса в хвойных насаждениях в условиях низкой освещённости.

Логарифмическое распределение

Распределение частот видов описывается последовательностью:

$$ax, \frac{ax^2}{2}, \frac{ax^3}{3} \dots \frac{ax^n}{n} [12],$$

где:

ax – число видов, представленных одной особью;

$\frac{ax^2}{2}$ – число видов, представленных двумя особями и т.д.;

a и x – параметры модели.

Логарифмическое распределение

Число видов (S) и число особей (N) связаны зависимостью

$$S = a \times \ln\left(1 + \frac{N}{a}\right) [13],$$

где a – первый индекс разнообразия, получаемый из уравнения

$$a = \frac{N \times (1-x)}{x} [14],$$

где x – второй индекс разнообразия.

Тогда

$$x = \frac{N}{a+N} [15].$$

Логарифмическое распределение

Если не известны ни a , ни x , то x можно найти через следующую формулу:

$$\frac{S}{N} = \frac{(1-x)}{x} \times -\ln(1-x) [16],$$

при этом в большинстве случаев
 $x \in [0,9; 1,0)$.

$$S=39 \quad N=216,8 \quad S/N=0,1799$$

$$x=0,25$$

$$\frac{S}{N} = \frac{(1-0,25)}{0,25} \times -\ln(1 - 0,25) = \frac{0,75}{0,25} \times -\ln(0,75)=3 \times 0,29=0,86$$

$$x=0,5$$

$$\frac{S}{N} = \frac{(1-0,5)}{0,5} \times -\ln(1 - 0,5) = \frac{0,5}{0,5} \times -\ln(0,5)=1 \times 0,69=0,69$$

$$x=0,75$$

$$\frac{S}{N} = \frac{(1-0,75)}{0,75} \times -\ln(1 - 0,75) = \frac{0,25}{0,75} \times -\ln(0,25)=0,33 \times 1,39=0,46$$

$$x=0,9$$

$$\frac{S}{N} = \frac{(1-0,9)}{0,9} \times -\ln(1 - 0,9) = \frac{0,1}{0,9} \times -\ln(0,1)=0,11 \times 2,30=0,26$$

$$x=0,95$$

$$\frac{S}{N} = \frac{(1-0,95)}{0,95} \times -\ln(1 - 0,95) = \frac{0,05}{0,95} \times -\ln(0,05)=0,05 \times 3,0=0,16$$

$$x=0,94$$

$$\frac{S}{N} = \frac{(1-0,94)}{0,94} \times -\ln(1 - 0,94) = \frac{0,06}{0,94} \times -\ln(0,06)=0,06 \times 2,81=0,18$$

$$\mathbf{x=0,94}$$

$$S=39 \quad N=216,8 \quad n=30$$

$$S/N=0,1799$$

$$a = \frac{216,8 \times (1 - 0,94)}{0,94} = \frac{216,8 \times 0,06}{0,94} = \frac{13,008}{0,94} = 13,8383$$

$ax = 13,008$ – видов с одной особью;

$$\frac{ax^2}{2} = 6,11376 \text{ – видов с двумя особями;}$$

$$\frac{ax^3}{3} = 3,83129 \text{ – видов с тремя особями;}$$

...

$$\frac{ax^{30}}{30} = 0,072077065 \text{ – видов с тридцатью особями.}$$

Число особей	Число видов	Число особей	Число видов
1	13,008002	16	0,321372282
2	6,11376094	17	0,284319948
3	3,831290189	18	0,252412932
4	2,701059583	19	0,224780358
5	2,031196807	20	0,20072886
6	1,591104165	21	0,179700122
7	1,281975356	22	0,161240019
8	1,05442473	23	0,144975808
9	0,881030441	24	0,13059904
10	0,745351753	25	0,117852574
11	0,636936953	26	0,106520596
12	0,548827341	27	0,096420865
13	0,476213262	28	0,087398627
14	0,415666147	29	0,079321789
15	0,364677767	30	0,072077065

\log_2

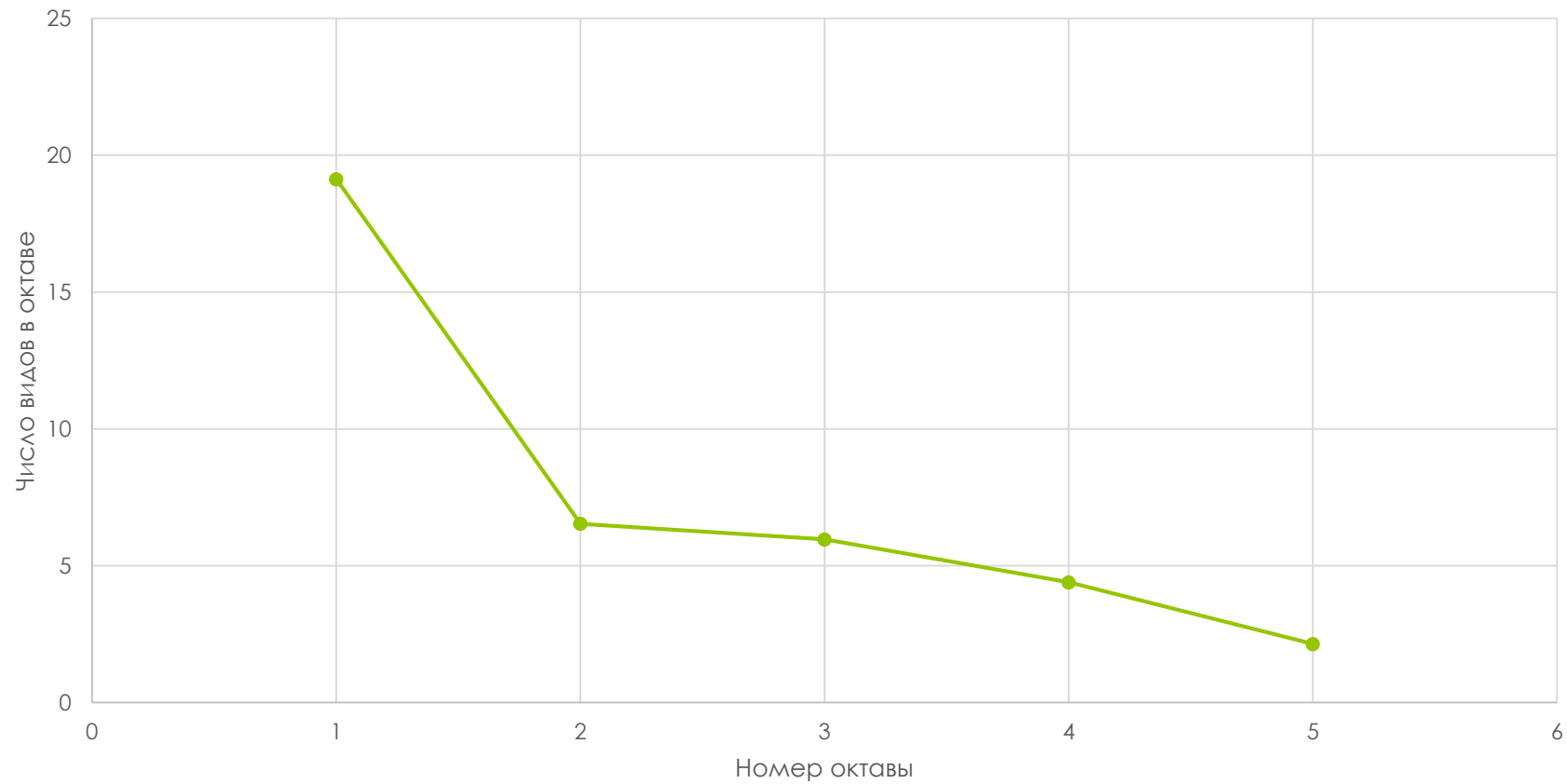
Число особей	Число видов	Число особей	Число видов
1	13,008002	16	0,321372282
2	6,11376094	17	0,284319948
3	3,831290189	18	0,252412932
4	2,701059583	19	0,224780358
5	2,031196807	20	0,20072886
6	1,591104165	21	0,179700122
7	1,281975356	22	0,161240019
8	1,05442473	23	0,144975808
9	0,881030441	24	0,13059904
10	0,745351753	25	0,117852574
11	0,636936953	26	0,106520596
12	0,548827341	27	0,096420865
13	0,476213262	28	0,087398627
14	0,415666147	29	0,079321789
15	0,364677767	30	0,072077065

\log_2

Сумма видов	Число видов	Сумма видов	Число видов
19,12176	13,008002	2,138349	0,321372282
	6,11376094		0,284319948
6,53235	3,831290189		0,252412932
	2,701059583		0,224780358
5,958701	2,031196807		0,20072886
	1,591104165		0,179700122
	1,281975356		0,161240019
	1,05442473		0,144975808
4,390076	0,881030441		0,13059904
	0,745351753		0,117852574
	0,636936953		0,106520596
	0,548827341		0,096420865
	0,476213262		0,087398627
	0,415666147		0,079321789
	0,364677767		0,072077065

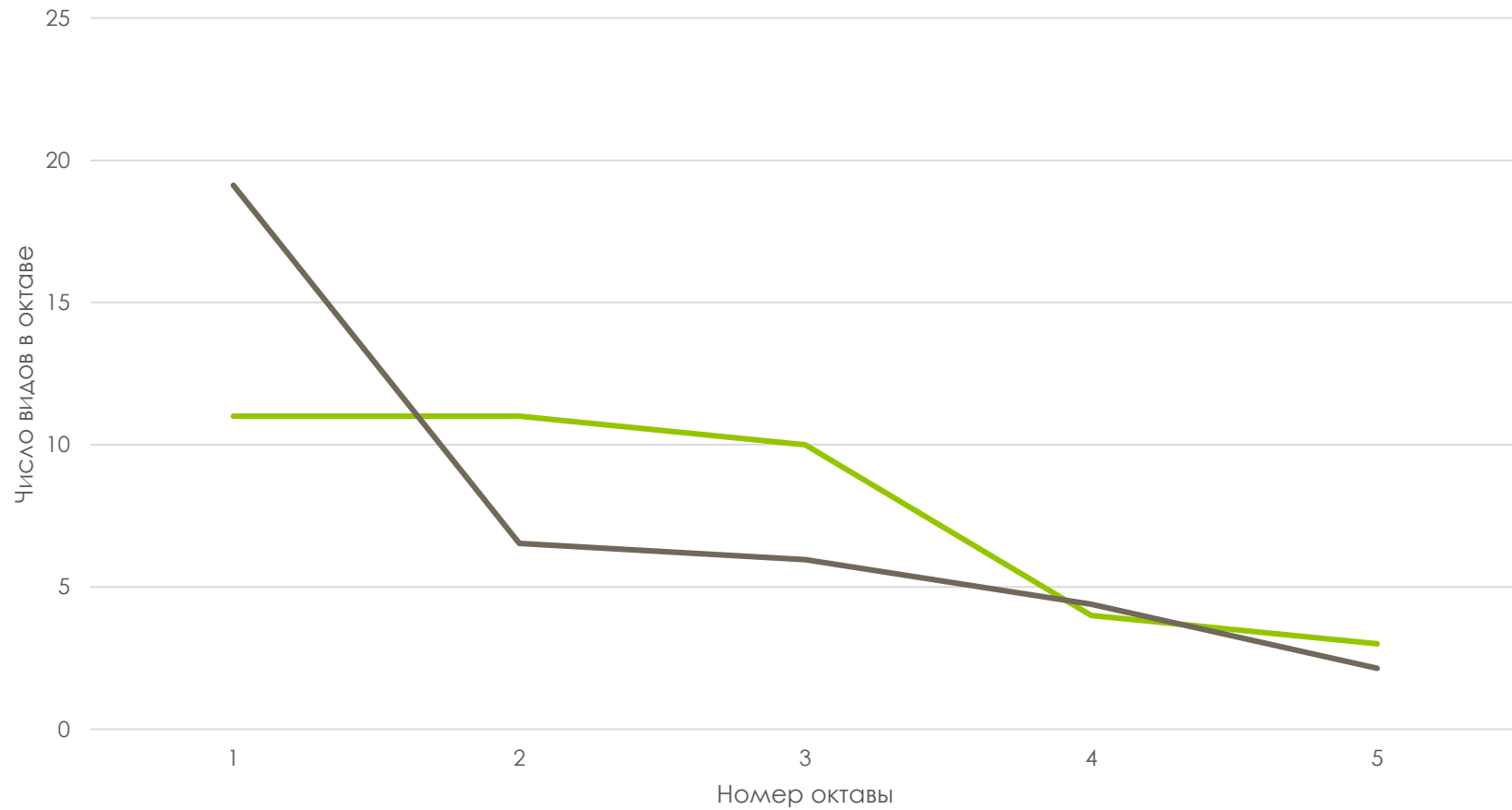
1	19,12176
2	6,53235
3	5,958701
4	4,390076
5	2,138349

Модель логарифмического распределения видов
на техногенной площадке
Усинского месторождения нефти
(данные из: Железнова с соавт., 1996)



1	19,12176	11
2	6,53235	11
3	5,958701	10
4	4,390076	4
5	2,138349	3

Соотношение распределения видов на анализируемой площадке и
по логарифмической модели



$r=0,647926$

$$\chi^2 = \frac{(\text{наблюдаемое значение} - \text{ожидаемое значение})^2}{\text{ожидаемое значение}} \quad [17]$$

для первой октавы:

$$\chi^2 = \frac{(11 - 17,55809)^2}{17,55809} = \frac{(6,55809)^2}{17,55809} = \frac{43,00854}{17,55809} = 2,4495$$

для второй октавы:

$$\chi^2 = \frac{(11 - 6,065168)^2}{6,065168} = \frac{(4,934832)^2}{6,065168} = \frac{24,35257}{6,065168} = 4,015151$$

для третьей октавы:

$$\chi^2 = \frac{(10 - 5,615855)^2}{5,615855} = \frac{(4,384145)^2}{5,615855} = \frac{19,22073}{5,615855} = 3,422583$$

для четвёртой октавы:

$$\chi^2 = \frac{(4 - 4,260775)^2}{4,260775} = \frac{(-0,26078)^2}{4,260775} = \frac{0,068004}{4,260775} = 0,01596$$

для пятой октавы:

$$\chi^2 = \frac{(3 - 2,189641)^2}{2,189641} = \frac{(0,810359)^2}{2,189641} = \frac{0,656682}{2,189641} = 0,299904$$

$$\sum \chi^2 = 10,2031$$

$$v = \text{число октав} - 1$$

$$v = 4 \quad \sum \chi^2 = 10,2031$$

Степени свободы	Вероятность													
	.99	.98	.95	.90	.80	.70	.50	.30	.20	.10	.05	.02	.01	.001
1	.0157	.0328	.00393	.0158	.0642	.148	.455	1.074	1.642	2.706	3.841	5.412	6.635	10.827
2	.0201	0.0404	.103	.211	.446	.713	1.386	2.408	3.219	4.605	5.991	7.824	9.210	13.815
3	.115	.185	.352	.584	1.005	1.424	2.366	3.665	4.642	6.251	7.815	9.837	11.341	16.465
4	.297	.429	.711	1.064	1.649	2.195	3.357	4.878	5.989	7.779	9.488	11.668	13.277	18.465
5	.554	.752	1.145	1.610	2.343	3.000	4.351	6.064	7.289	9.236	11.070	13.158	15.086	20.517
6	.872	1.134	1.635	2.204	3.070	3.828	5.348	7.231	8.558	10.645	12.592	15.033	16.812	22.457
7	1.239	1.564	2.167	2.833	3.822	4.671	6.346	8.383	9.803	12.017	14.067	16.622	18.475	24.322
8	1.646	2.032	2.733	3.490	4.594	5.527	7.344	9.524	11.030	13.362	15.507	18.168	20.090	26.125
9	2.088	2.532	3.325	4.168	5.380	6.393	8.343	10.656	12.242	14.684	16.919	19.679	21.666	27.877
10	2.558	3.059	3.940	4.865	6.179	7.267	9.342	11.781	13.442	15.987	18.307	21.161	23.209	29.588
11	3.053	3.609	4.575	5.578	6.989	8.148	10.341	12.899	14.631	17.275	19.675	22.618	24.725	31.264
12	3.571	4.178	5.226	6.304	7.807	9.034	11.340	14.011	15.812	18.549	21.026	24.054	26.217	32.909
13	4.107	4.765	5.892	7.042	8.634	9.926	12.340	15.119	16.985	19.812	22.362	25.472	27.688	34.528
14	4.660	5.368	6.571	7.790	9.467	10.821	13.339	16.222	18.151	21.064	23.685	26.873	29.141	36.123
15	5.229	5.985	7.261	8.547	10.307	11.721	14.339	17.322	19.311	22.307	24.996	28.259	30.578	37.697
16	5.812	6.614	7.962	9.312	11.152	12.624	15.338	18.418	20.465	23.542	26.296	29.633	32.000	39.252
17	6.408	7.255	8.672	10.085	12.002	13.531	16.338	19.511	21.615	24.769	27.587	30.995	33.409	40.790
18	7.015	7.906	9.390	10.865	12.857	14.440	17.338	20.601	22.760	25.989	28.869	32.346	34.805	42.312
19	7.633	8.567	10.117	11.651	13.716	15.352	18.338	21.689	23.900	27.204	30.144	33.687	36.191	43.820
20	8.260	9.237	10.851	12.443	14.578	16.266	19.337	22.775	25.038	28.412	31.410	35.020	37.566	45.315
21	8.897	9.915	11.591	13.240	15.445	17.182	20.337	23.858	26.171	29.615	32.671	36.343	38.932	46.797
22	9.542	10.600	12.338	14.041	16.314	18.101	21.337	24.939	27.301	30.813	33.924	37.659	40.289	48.268
23	10.196	11.293	13.091	14.848	17.187	19.021	22.337	26.018	28.429	32.007	35.172	38.968	41.638	49.728
24	10.856	11.992	13.848	15.659	18.062	19.943	23.337	27.096	29.553	33.196	36.415	40.270	42.980	51.179
25	11.524	12.697	14.611	16.473	18.940	20.867	24.337	28.172	30.675	34.382	37.652	41.566	44.314	52.620
26	12.198	13.409	15.379	17.292	19.820	21.792	25.336	29.246	31.795	35.563	38.885	42.856	45.642	54.052
27	12.879	14.125	16.151	18.114	20.703	22.719	26.336	30.319	32.912	36.741	40.113	44.140	46.963	55.476
28	13.565	14.847	16.928	18.939	21.588	23.647	27.336	31.391	34.027	37.916	41.337	45.419	48.278	56.893
29	14.256	15.574	17.708	19.768	22.475	24.577	28.336	32.461	35.139	39.089	42.557	46.693	49.588	58.302
30	14.953	16.306	18.493	20.599	23.364	25.508	29.336	33.530	36.250	40.256	43.773	47.962	50.892	59.703

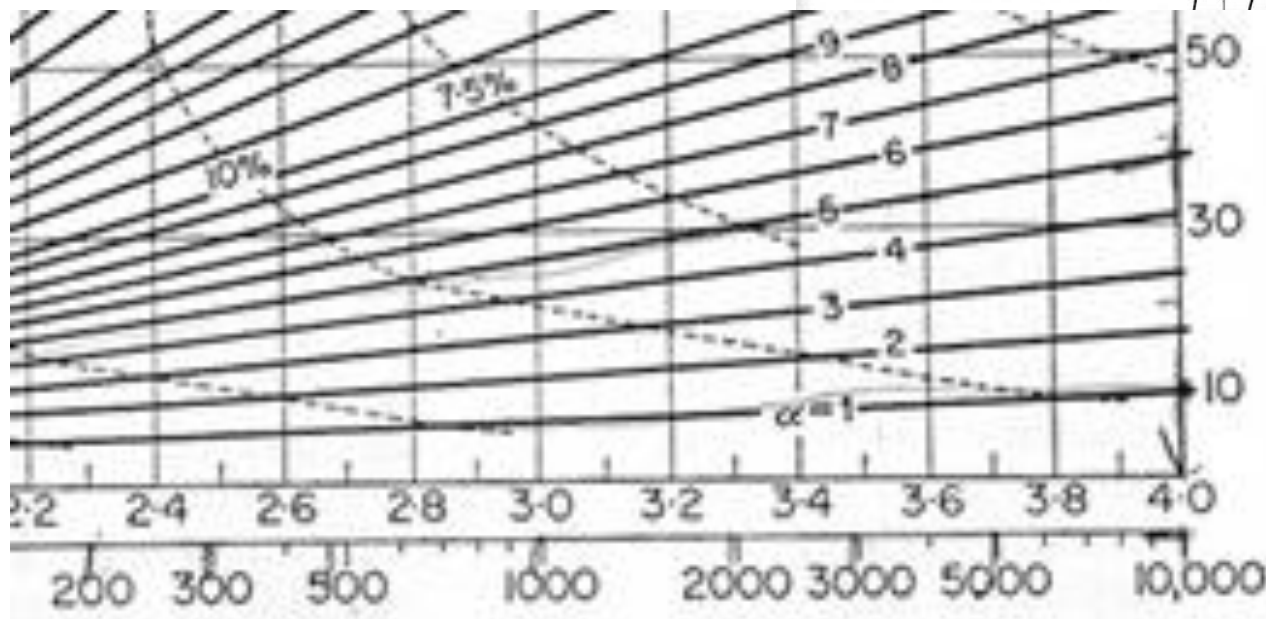
Задание 18

Постройте логарифмические модели для площадок по выданным Вам данным.

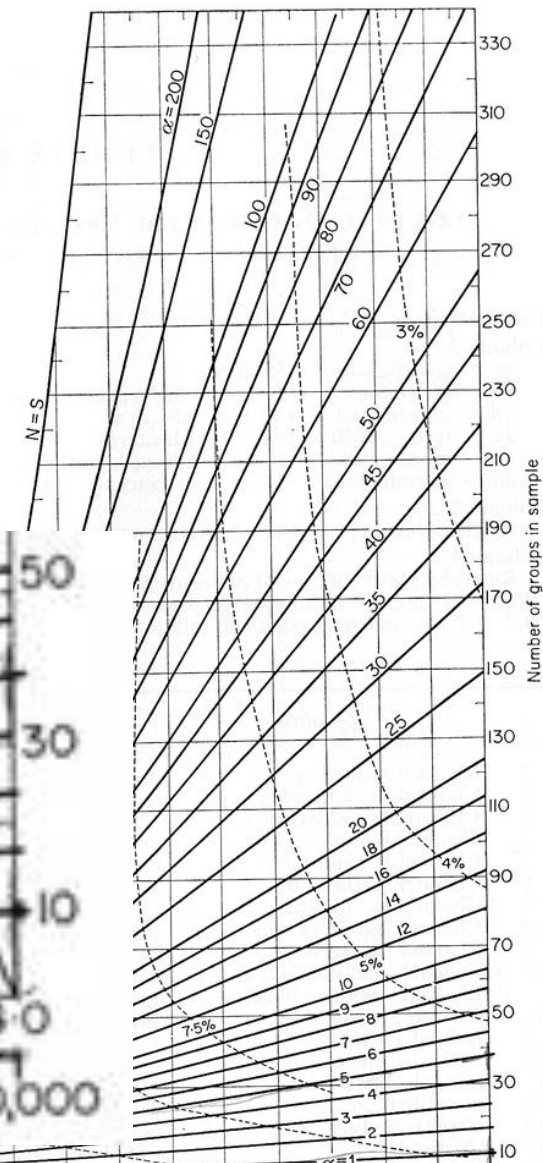
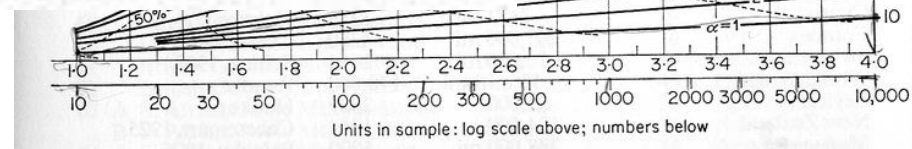
Нанесите на те же оси построенные Вами ранее графики вида «номер октавы / число видов в октаве».

Определите достоверность различий между теоретическими данными модели и эмпирическими данными по площадкам в Вашем случае, используя формулы 4 (или 5) и 17, и сделайте выводы.

Номограмма для определения значения α и его ошибки



$\alpha=9$



$$\alpha=9$$

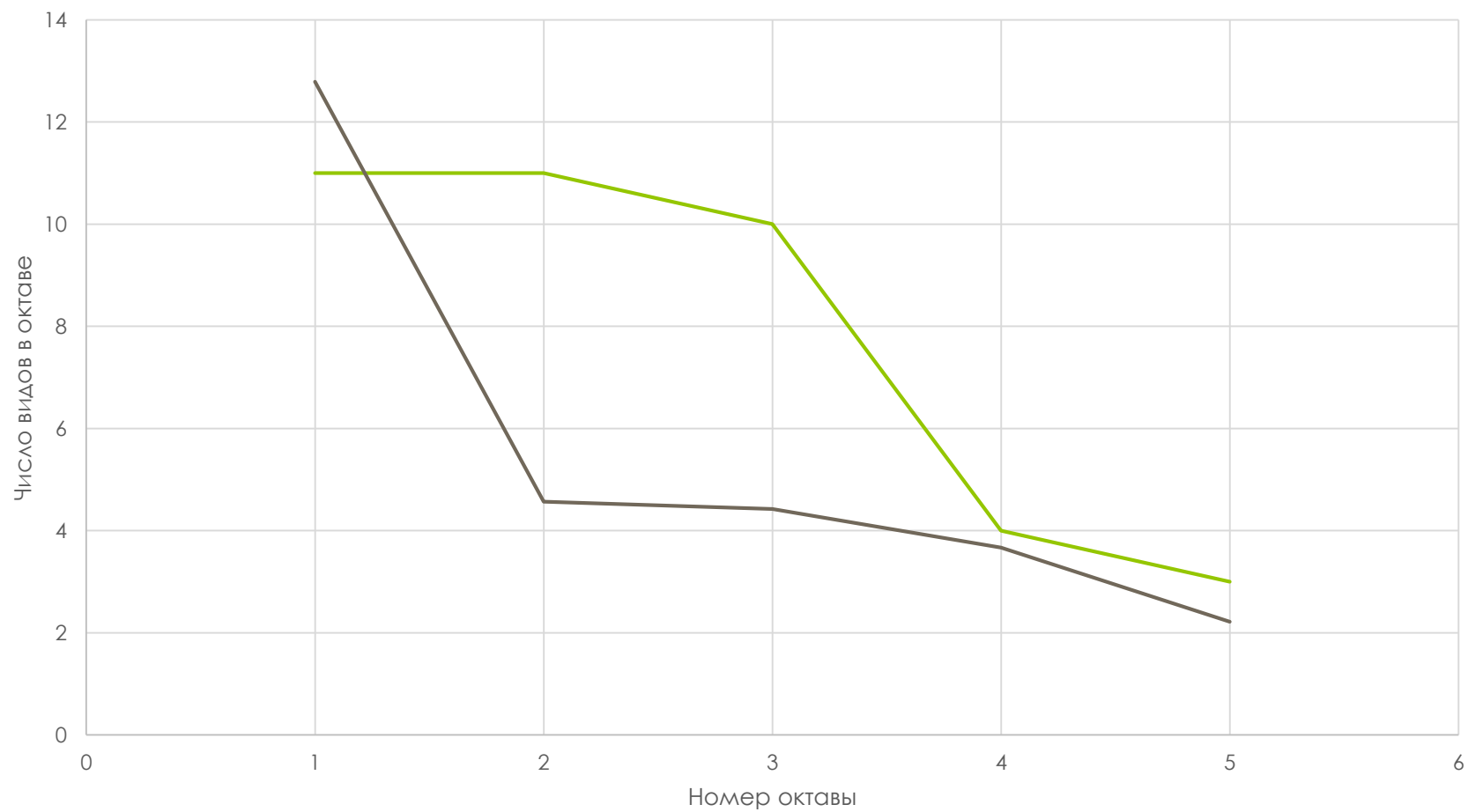
$$x = \frac{216,8}{9+216,8} = 0,960142 \text{ (по формуле 15)}$$

Число особей	Число видов	Число особей	Число видов
1	8,641275	16	0,293419
2	4,148425	17	0,265152
3	2,655384	18	0,24044
4	1,912158	19	0,218706
5	1,468754	20	0,199489
6	1,175177	21	0,182417
7	0,967146	22	0,167185
8	0,812522	23	0,153542
9	0,693455	24	0,14128
10	0,599233	25	0,130222
11	0,523044	26	0,120223
12	0,460347	27	0,111156
13	0,407999	28	0,102914
14	0,363755	29	0,095405
15	0,325973	30	0,088549

Число особей	Число видов	Число особей	Число видов
12,7897	8,641275		0,293419
	4,148425		0,265152
4,567542	2,655384	2,216679	0,24044
	1,912158		0,218706
4,423599	1,468754		0,199489
	1,175177		0,182417
	0,967146		0,167185
	0,812522		0,153542
3,667225	0,693455		0,14128
	0,599233		0,130222
	0,523044		0,120223
	0,460347		0,111156
	0,407999		0,102914
	0,363755		0,095405
	0,325973		0,088549

1	12,7897	11
2	4,567542	11
3	4,423599	10
4	3,667225	4
5	2,216679	3

Соотношение распределения видов на анализируемой площадке и
по логарифмической модели



$r=0.6169$

$$v=4 \quad \sum \chi^2 = 16,64588$$

Степени свободы	Вероятность													
	.99	.98	.95	.90	.80	.70	.50	.30	.20	.10	.05	.02	.01	.001
1	.0157	.03628	.00393	.0158	.0642	.148	.455	1.074	1.642	2.706	3.841	5.412	6.635	10.827
2	.0201	0.0404	.103	.211	.446	.713	1.386	2.408	3.219	4.605	5.991	7.824	9.210	13.815
3	.115	.185	.352	.584	1.005	1.424	2.366	3.665	4.642	6.251	7.815	9.837	11.341	16.465
4	.297	.429	.711	1.064	1.649	2.195	3.357	4.878	5.989	7.779	9.488	11.668	13.277	18.465
5	.554	.752	1.145	1.610	2.343	3.000	4.351	6.064	7.289	9.236	11.070	13.388	15.086	20.517
6	.872	1.134	1.635	2.204	3.070	3.828	5.348	7.231	8.558	10.645	12.592	15.033	16.812	22.457
7	1.239	1.564	2.167	2.833	3.822	4.671	6.346	8.383	9.803	12.017	14.067	16.622	18.475	24.322
8	1.646	2.032	2.733	3.490	4.594	5.527	7.344	9.524	11.030	13.362	15.507	18.168	20.090	26.125
9	2.088	2.532	3.325	4.168	5.380	6.393	8.343	10.656	12.242	14.684	16.919	19.679	21.666	27.877
10	2.558	3.059	3.940	4.865	6.179	7.267	9.342	11.781	13.442	15.987	18.307	21.161	23.209	29.588
11	3.053	3.609	4.575	5.578	6.989	8.148	10.341	12.899	14.631	17.275	19.675	22.618	24.725	31.264
12	3.571	4.178	5.226	6.304	7.807	9.034	11.340	14.011	15.812	18.549	21.026	24.054	26.217	32.909
13	4.107	4.765	5.892	7.042	8.634	9.926	12.340	15.119	16.985	19.812	22.362	25.472	27.688	34.528
14	4.660	5.368	6.571	7.790	9.467	10.821	13.339	16.222	18.151	21.064	23.685	26.873	29.141	36.123
15	5.229	5.985	7.261	8.547	10.307	11.721	14.339	17.322	19.311	22.307	24.996	28.259	30.578	37.697
16	5.812	6.614	7.962	9.312	11.152	12.624	15.338	18.418	20.465	23.542	26.296	29.633	32.000	39.252
17	6.408	7.255	8.672	10.085	12.002	13.531	16.338	19.511	21.615	24.769	27.587	30.995	33.409	40.790
18	7.015	7.906	9.390	10.865	12.857	14.440	17.338	20.601	22.760	25.989	28.869	32.346	34.805	42.312
19	7.633	8.567	10.117	11.651	13.716	15.352	18.338	21.689	23.900	27.204	30.144	33.687	36.191	43.820
20	8.260	9.237	10.851	12.443	14.578	16.266	19.337	22.775	25.038	28.412	31.410	35.020	37.566	45.315
21	8.897	9.915	11.591	13.240	15.445	17.182	20.337	23.858	26.171	29.615	32.671	36.343	38.932	46.797
22	9.542	10.600	12.338	14.041	16.314	18.101	21.337	24.939	27.301	30.813	33.924	37.659	40.289	48.268
23	10.196	11.293	13.091	14.848	17.187	19.021	22.337	26.018	28.429	32.007	35.172	38.968	41.638	49.728
24	10.856	11.992	13.848	15.659	18.062	19.943	23.337	27.096	29.553	33.196	36.415	40.270	42.980	51.179
25	11.524	12.697	14.611	16.473	18.940	20.867	24.337	28.172	30.675	34.382	37.652	41.566	44.314	52.620
26	12.198	13.409	15.379	17.292	19.820	21.792	25.336	29.246	31.795	35.563	38.885	42.856	45.642	54.052
27	12.879	14.125	16.151	18.114	20.703	22.719	26.336	30.319	32.912	36.741	40.113	44.140	46.963	55.476
28	13.565	14.847	16.928	18.939	21.588	23.647	27.336	31.391	34.027	37.916	41.337	45.419	48.278	56.893
29	14.256	15.574	17.708	19.768	22.475	24.577	28.336	32.461	35.139	39.089	42.557	46.693	49.588	58.302
30	14.953	16.306	18.493	20.599	23.364	25.508	29.336	33.530	36.250	40.256	43.773	47.962	50.892	59.703

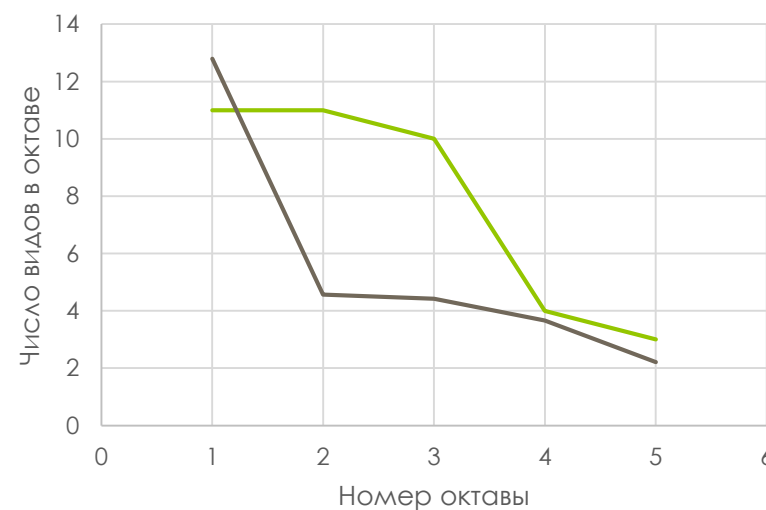
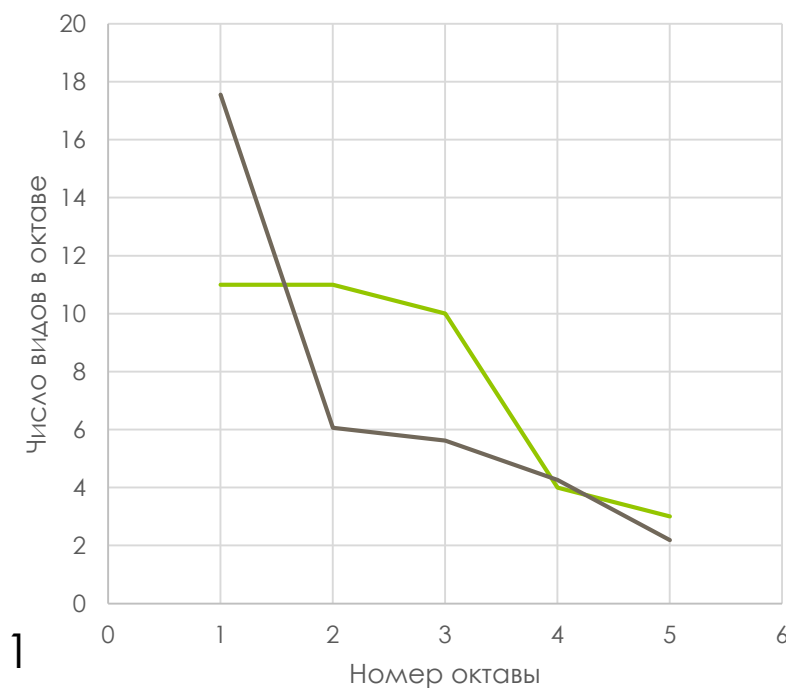
Задание 19

Постройте логарифмические модели для площадок по выданным Вам данным, используя для определения α номограмму.

Нанесите на те же оси построенные Вами ранее графики вида «номер октавы / число видов в октаве».

Определите достоверность различий между теоретическими данными модели и эмпирическими данными по площадкам в Вашем случае, используя формулы 4 (или 5) и 17, и сделайте выводы.

Соотношение графиков логарифмической модели (1 – расчётный график, 2 – график по номограмме)



Логнормальное распределение

Модель предложил F.W. Preston (1948): всё множество численности особей он разделил на октавы, где в каждой последующей максимальный член больше максимального в предыдущей в два раза:

1–2, 3–4, 5–8, 9–16, 15–32 и т.д.

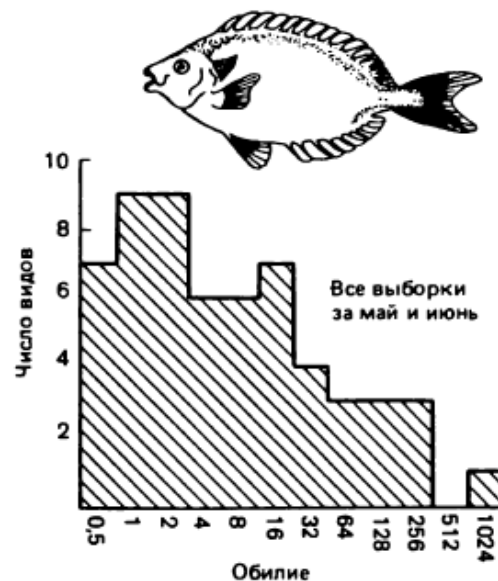
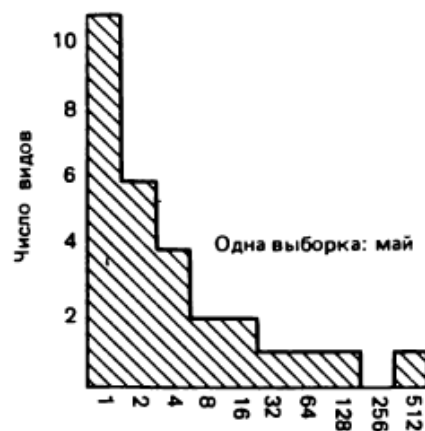
Preston F.W. (1948). The commonness, and rarity, of species. Ecology. Vol. 29. pp. 254–283.

Логнормальное распределение

Частотная гистограмма числа видов, соответствующих каждой октаве, в целом, соответствует кривой нормального распределения.

При этом слева кривая может быть усечена (точка усечения – так называемая линия занавеса), но число скрытых видов можно посчитать, используя уравнение гауссианы, а сами виды могут быть проявлены, увеличением объёма выборки.

Логнормальное распределение



Смысл линии занавеса

(верхняя схема из: Taylor, 1978; по: Мэггарран, 1992;

нижний ряд гистограмм – разнообразие рыб в Персидском заливе из: Magurran & Abdulquadar, не опубликовано; по: Мэггарран, 1992).

Логнормальное распределение

Число видов (S) в исследуемой выборке (площадке, населении и т.д.) предполагается конечным и находится как площадь под восстановленной логнормальной кривой.

Исходя из этого, можно рассчитать полное число видов в рассматриваемой флоре или фауне, компоненте растительности или в животном населении (ожидаемое число видов, или богатство видами).

Логнормальное распределение

Считается, что такое распределение характерно для большинства ненарушенных сообществ.

С другой стороны, May (1975) полагает, что сам рисунок распределения здесь является артефактом, присущим особенностям самой математической модели, и не имеет никакого отношения к биологической составляющей.

Логнормальное распределение

$$S_r = S_m \times \exp(-a^2 \times r^2) [18],$$

где:

S_r – теоретическое число видов в октаве, расположенной в r октавах от модальной;

S_m – число видов в модальной октаве;

\exp – экспонента;

r – расстояние до октавы;

a – величина, обратная ширине распределения:

$$a = (2\sigma^2)^{\frac{1}{2}} [19],$$

где:

σ – стандартное отклонение теоретической логнормальной кривой, выраженное в числе октав (логарифмических классов, или размерных групп);

при этом по многочисленным эмпирическим данным $a \approx 0,2$.

1	11
2	11
3	10
4	4
5	3

$$\alpha \approx 0,2$$

$$S_m = 11$$

$$S_0 = S_m$$

$$S_1 = 11 \times \exp(-0,2^2 \times 1^2) = 10,56868$$

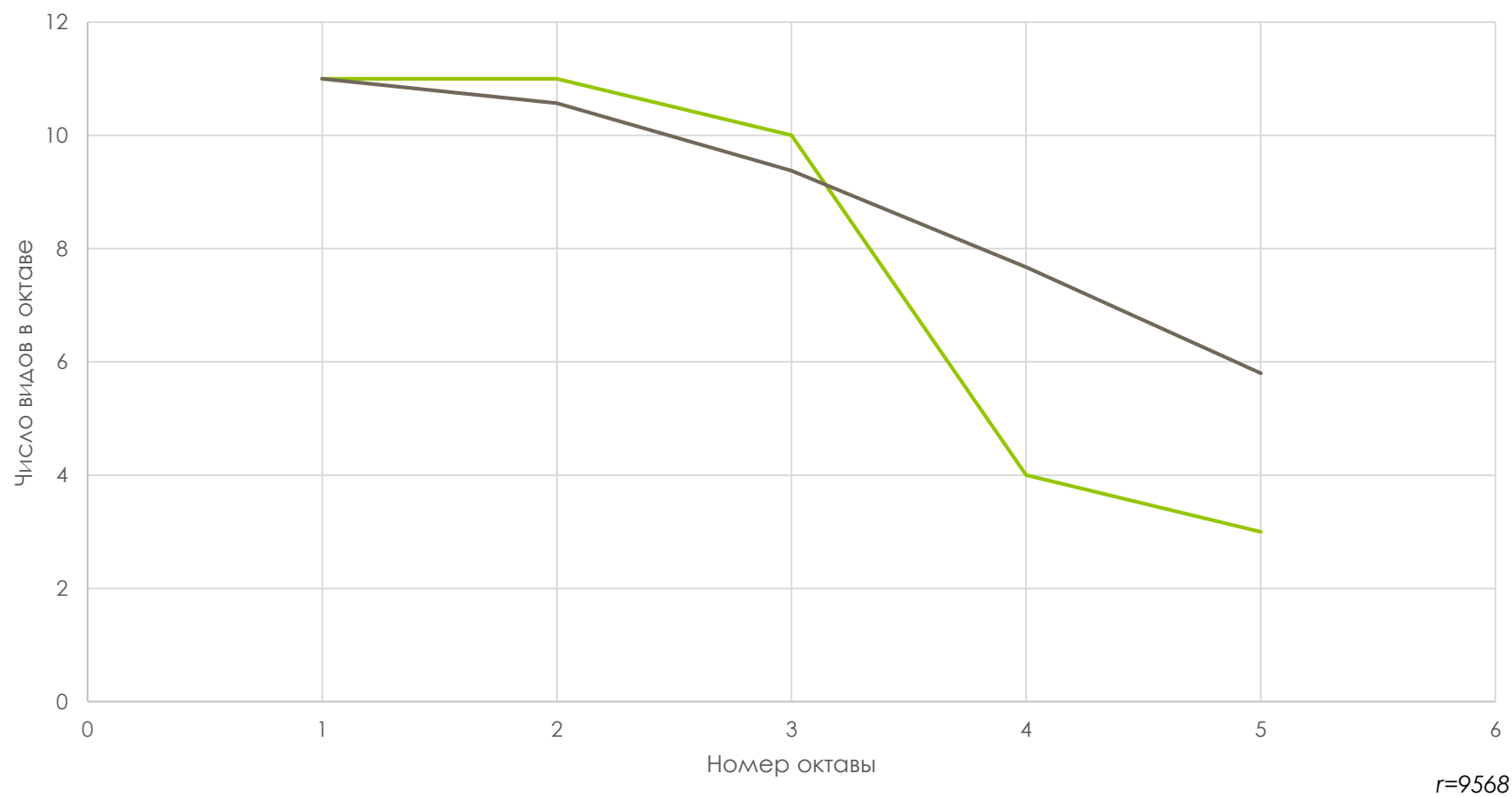
$$S_2 = 11 \times \exp(-0,2^2 \times 2^2) = 9,373562$$

$$S_3 = 11 \times \exp(-0,2^2 \times 3^2) = 7,67444$$

$$S_4 = 11 \times \exp(-0,2^2 \times 4^2) = 5,800217$$

1	11	11
2	11	10,569
3	10	9,3736
4	4	7,6744
5	3	5,8002

Соотношение распределения видов на анализируемой площадке
и по логнормальной модели



Задание 20

Постройте логнормальные модели для площадок по выданным Вам данным, используя формулу 18 и логарифмы с основанием 2 и 3.

Нанесите на те же оси построенные Вами графики вида «номер октавы / число видов в октаве».

Определите достоверность различий между теоретическими данными модели и эмпирическими данными в по площадкам Вашем случае, используя коэффициент корреляции и сделайте выводы.

Логнормальное распределение

$$S_r = S_m \times e^{-r\sigma^2} [20],$$

где:

S_r – теоретическое число видов в октаве, расположенной в r октавах от модальной;

S_m – число видов в модальной октаве;

e – основание натурального логарифма;

r – расстояние до октавы;

σ – стандартное отклонение теоретической логнормальной кривой, выраженное в числе октав (логарифмических классов, или размерных групп).

Логнормальное распределение

Стандартное отклонение теоретического распределения (σ), описывающее эмпирические данные о частотах в логарифмических классах, в целом можно рассчитать по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{R_{max}} (x_i - \bar{x})^2}{R_{max}}} [21],$$

где:

x_i – число видов в i -том логарифмическом классе;

\bar{x} – среднее число видов во всех логарифмических классах;

R_{max} – последний логарифмический класс.

1	11	3,459432
2	11	3,459432
3	10	3,321928
4	4	2
5	3	1,584963

$$\bar{x}=2,765151$$

$$R_{max}=5$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - 2,765151)^2}{5}} = \sqrt{\frac{3,252353}{5}} = 0,650471$$

$$S_0 = S_m$$

$$S_1 = 3,459432 \times 2,72^{-1^{0,650471^2}} = 3,459432 \times 2,72^{-1} = 0,367647$$

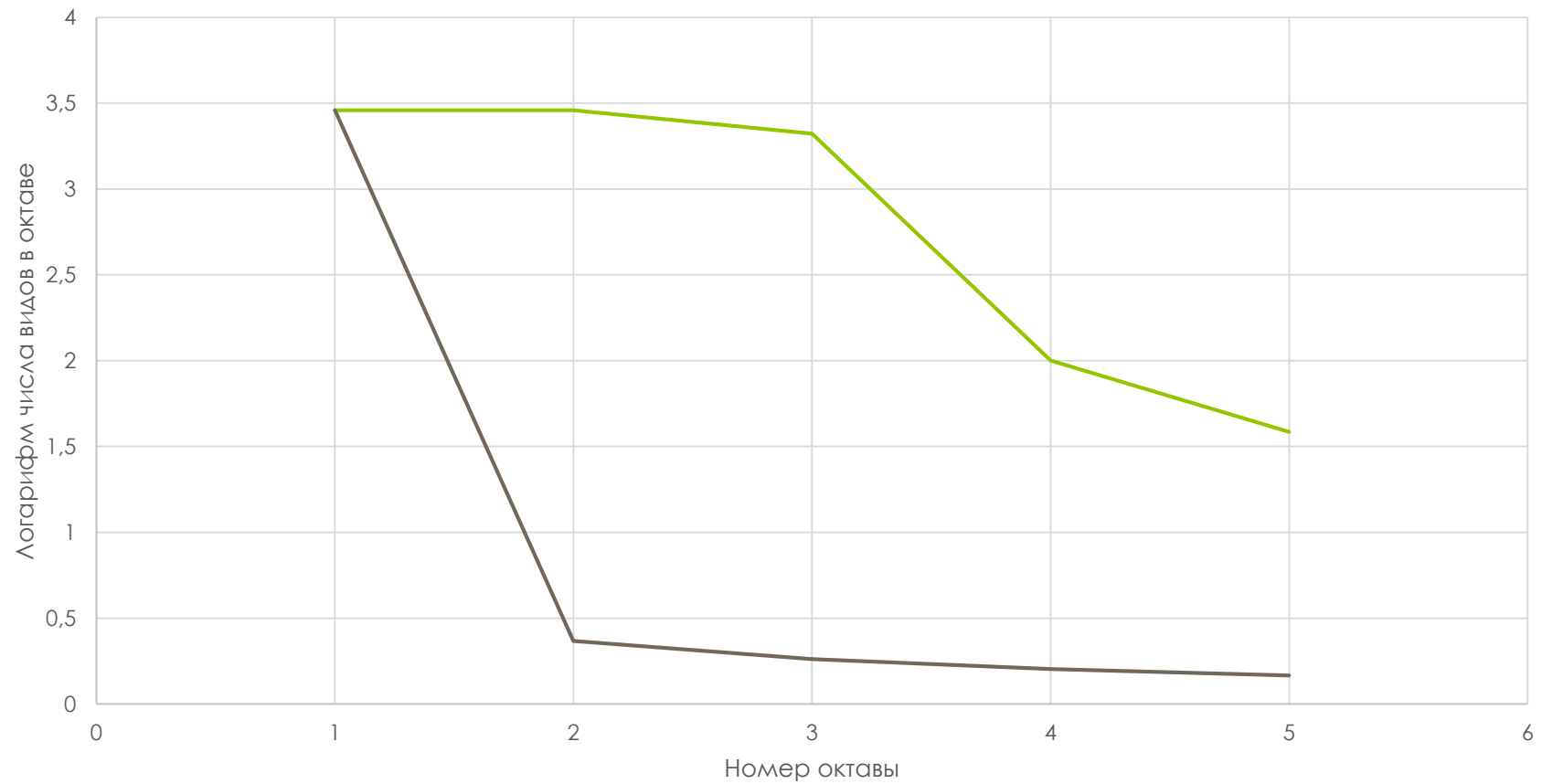
$$S_2 = 3,459432 \times 2,72^{-2^{0,650471^2}} = 3,459432 \times 2,72^{-1,340817} = 0,26141$$

$$S_3 = 3,459432 \times 2,72^{-3^{0,650471^2}} = 3,459432 \times 2,72^{-1,591753} = 0,203364$$

$$S_4 = 3,459432 \times 2,72^{-4^{0,650471^2}} = 3,459432 \times 2,72^{-1,797789} = 0,165477$$

1	3,459432	3,459432
2	3,459432	0,36765
3	3,321928	0,26141
4	2	0,20336
5	1,584963	0,16548

Соотношение распределения видов на анализируемой площадке
и по логнормальной модели



$r=0,4728$

Задание 21

Постройте логнормальные модели для площадок по выданным Вам данным, используя формулу 20 и логарифмы с основанием 2 и 3.

Нанесите на те же оси построенные Вами графики вида «номер октавы / логарифм числа видов в октаве».

Определите достоверность различий между теоретическими данными модели и эмпирическими данными по площадкам в Вашем случае, используя коэффициент корреляции, и сделайте выводы.

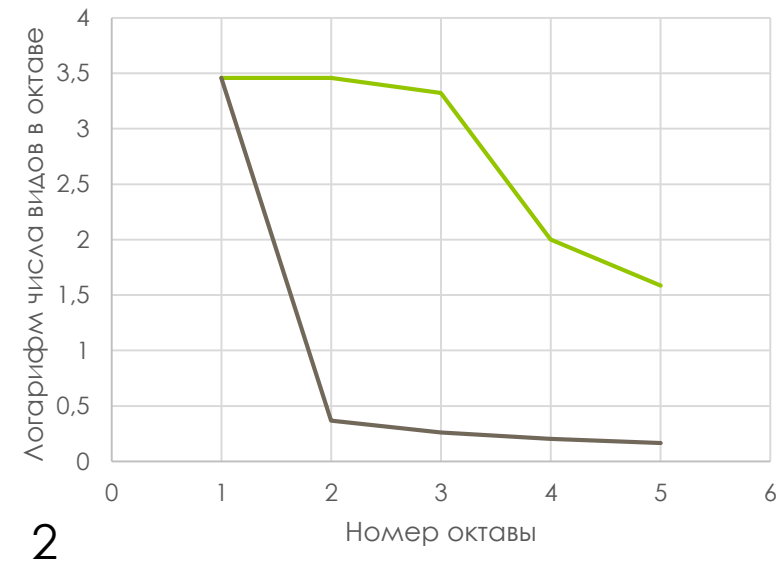
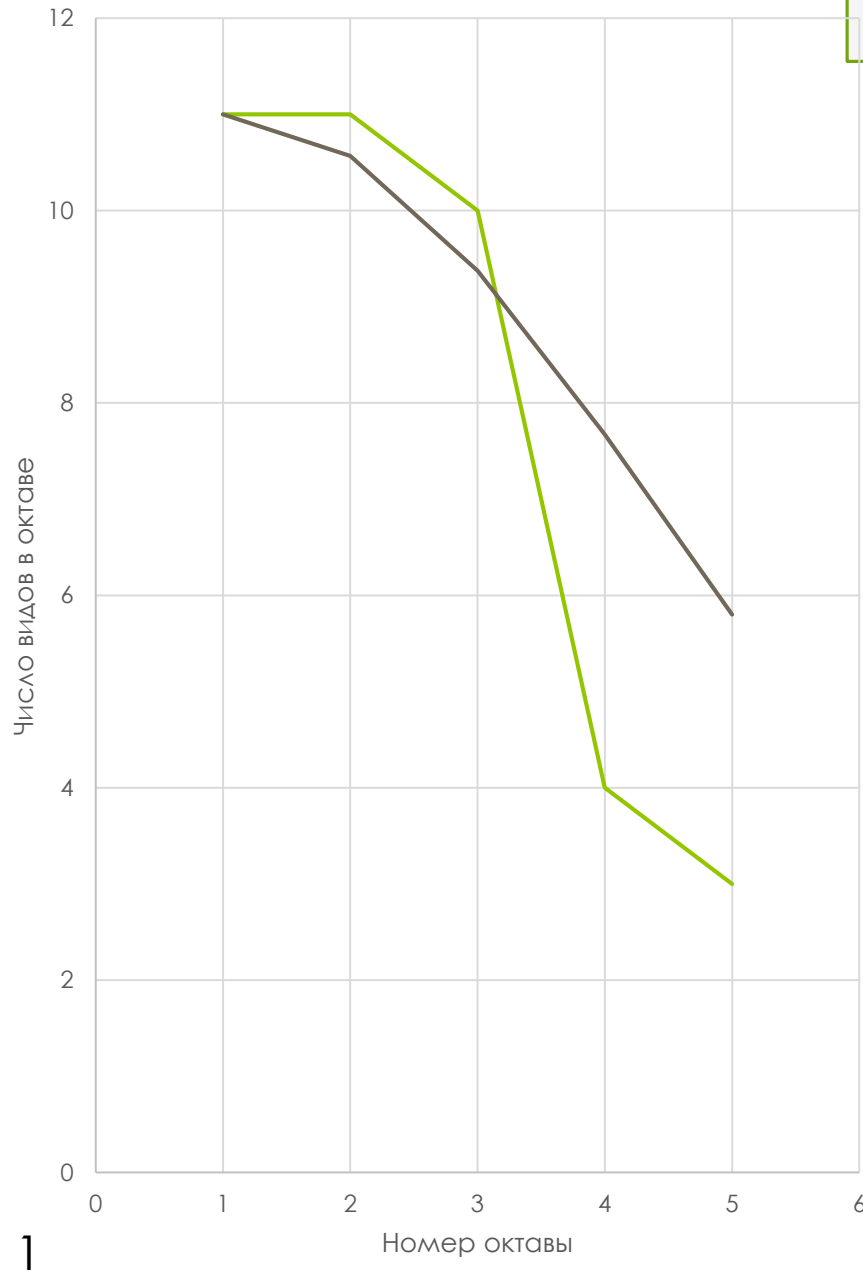
Задание 22

Используя рассчитанное Вами по формуле 21 значение стандартного отклонения, постройте для каждой площадки модель по формуле 18 (для нахождения a примените формулу 19).

Рассчитайте, насколько она коррелирует с Вашим эмпирическим графиком для каждой площадки и с первым вариантом модели.

Соотношение графиков логнормальной модели

(1 – $a=0,2$; 2 – a рассчитано
по формуле)



Другие наиболее известные модели

1. Модель Zipf'a – Mandelbrot'a.
2. Динамическая модель Hughes'a.
3. Усечённое отрицательное биномиальное распределение.

«Поиск новых моделей вряд ли ведёт к пониманию факторов, определяющих структуру биологических группировок» (Gray, 1988; цит. по: Мэгарран, 1992, с. 37).

Использование моделей распределения при оценке альфа-разнообразия

Есть два возможных механизма:

- 1) из всего множества моделей выбирается одна, наилучшим образом соответствующая полученным экспериментальным данным; она (или какой-то её параметр) используется для интерпретации данных;
- 2) выбирается одна модель как некий стандарт (остальные не рассматриваются вообще), а в качестве критерия оценки выступает степень расхождения между эмпирической и теоретической кривой.

Оценка альфа-разнообразия на техногенной площадке Усинского месторождения нефти

Название модели	Коэффициент корреляции
Модель геометрических рядов (формула 1)	0,9829
Модель геометрических рядов (формула 2)	0,9829
Гиперболическая модель	0,9905
Дзета-модель	0,7994
Модель разломанного стержня (формула 1)	0,9797
Модель разломанного стержня (формула 2)	0,9797
Модель разломанного стержня (формула 3)	0,9944
Логарифмическая модель (формула 1)	0,6423
Логарифмическая модель (формула 2)	0,6169
Логнормальная модель (формула 1)	0,9568
Логнормальная модель (формула 2)	0,4728

Задание 23

Постройте сравнительную таблицу корреляций между эмпирическими данными и теоретическими построениями по всем освоенным моделям для каждой площадки отдельно.

Укажите, с какой моделью корреляция наивысшая, и опишите условия на площадке, исходя из описания модели.

Общее заключение по разделу о графических моделях

В настоящее время вполне обосновано (см., например, Шитиков и Розенберг, 2005) полагают, что низкая математическая и компьютерная квалификация практикующих экологов (1), отсутствие тщательно проработанных методик процедур построения и интерпретации моделей (2), а также общая мода на их использование (3)

привели к умиранию моделей рангового распределения как научного метода.

Но в руках специалиста модели по-прежнему мощный инструмент анализа.